گروه رباتیک ارس

سیستم های کنترل خطی

فصل پنجم: طراحی کنترلگر در حوزه فرکانس

در این فصل طراحی جبران ساز ها و کنترلگرهای خطی در حوزه فرکانس مورد بررسی قرار می گیرد. در ابتدا مشخصات فرکانسی سیستم های کنترل خطی به خصوص سیستم های مرتبه دوم مورد ملاحظه قرار گرفته و مشخصات مطلوب پیشنهاد می شوند. سپس با تعریف حاشیه پایداری، روش های تعیین حاشیه فاز و بهره در سیستم های کنترل خطی بیان شده و اهمیت آن در طراحی جبران سازهای مناسب توجیه می شود. نمودار نیکولز و کانتور های آن به منظور تحلیل حاشیه پایداری و رفتار سیستم های کنترل خطی معرفی خواهد شد. روش های طراحی جبران سازهای پایه ای و پرکاربرد در صنعت، از جمله جبران ساز های پیش فاز، پس فاز، پیش فاز-پس فاز و متناظرا PD، PI و PID بیان شده و بر روی سیستم غیر کمینه فازی اعمال می شوند. در نهایت با استفاده از تابع تبدیل حساسیت روش های طراحی کنترلگرهای مرتبه بالاتر برای سیستم های پیچیده، ناپایدار و غیر کمینه فاز مورد بررسی و تحلیل قرار خواهد گرفت.

به چشم انداز

کسب مهارت های لازم

در تحلیل و طراحی سیستم های کنترل خطی

خوش آمدید

در باره گروه رباتیک ارس

گروه رباتیک ارس از ۱۳۷۶ و با بیش از ۲۴ سال تجربه، خدمات خود را در گسترش آموزش مهندسی و پژوهش در لبه های دانش را در زمینه تحلیل و طراحی سیستم های دینامیکی در کاربرد رباتیک ارائه می دهد. **گروه رباتیک ارس** به خوبی توسط کارشناسان صنعتی، پژوهشگران و شخصیت های علمی دانش آموخته خود و همچنین با سوابق فراوان موفق پروژه های تحقیق و توسعه خود در سراسر کشور و در جوامع علمی بین المللی شناخته می شود. مهمترین پشتوانه این گروه ظرفیت نیروی انسانی وسیع گروه است که تمام سعی و اهتمام خود را به گسترش دانش و فناوری معطوف نموده اند. یکی از مهمترین اهداف گروه استفاده از این پتانسیل ها به منظور گسترش ارتباطات آکادمیک و صنعتی در سطح ملی و بین المللی است. ماموریت گروه رباتیک ارس توسعه پهنه دانش و تعمیق کیفیت آموزش و پژوهش در یک محیط پویا و شاداب است.

عناوین فصل

مشخصات فرکانسی

۱ انگیزه، تشدید بیشینه M_r، پهنای باند، فرکانس گذر بهره، فرکانس گذر فاز، نرخ شکست، مشخصات فرکانسی سیستم مرتبه دو، مثال های کاربردی.

پایداری نسبی

۲ انگیزه، تعریف کیفی و کمی پایداری نسبی، حاشیه بهره، فرکانس گذر فاز، حاشیه فاز، فرکانس گذر بهره، تعیین همزمان حاشیه بهره و فاز با نمودار بودی، حاشیه فاز و بهره مثبت و منفی، تحلیل فرکانسی با نمودار نیکولز، کانتور های نمودار نیکولز، مثال های کاربردی.

طراحی جبران ساز در حوزه فرکانس

۳ چرا جبران ساز؟ رفتار مطلوب در حوزه فرکانس، ویژگی های جبران ساز های پیش فار، پس فاز و پیش فاز-پس فاز، طراحی گام به گام جبران ساز پیش فاز، PD، پس فاز، PI، پیش فاز-پس فاز و PID، طراحی نمونه بر روی سیستم غیر کمینه فاز، ارزیابی رفتار زمانی و فرکانسی.

طراحی کنترلگر با تابع تبدیل مساسیت

۴ انگیزه، تابع تبدیل حساسیت و متمم آن، توابع مطلوب، چگونگی طراحی کنترلگر، کنترلگر سره و علّی، قضیه پایداری (شرایط درون یابی)، چگونگی طراحی یک سیستم پیچیده، سیستم ناپایدار، سیستم غیر کمینه فاز و سیستم ناپایدار و غیر کمینه فاز، مثال های کاربردی.

در این فصل طراحی جبران ساز ها و کنترلگرهای خطی در حوزه فرکانس مورد بررسی قرار می گیرد. در ابتدا مشخصات فرکانسی سیستم های کنترل خطی به خصوص سیستم های مرتبه دوم مورد ملاحظه قرار گرفته و مشخصات مطلوب پیشنهاد می شوند. سپس با تعریف حاشیه پایداری، روش های تعیین حاشیه فاز و بهره در سیستم های کنترل خطی بیان شده و اهمیت آن در طراحی جبران سازهای مناسب توجیه می شود. نمودار نیکولز و کانتور های آن به منظور تحلیل حاشیه پایداری و رفتار سیستم های کنترل خطی معرفی خواهد شد. روش های طراحی جبران سازهای پایه ای و پرکاربرد در صنعت، از جمله جبران ساز های پیش فاز، پس فاز، پیش فاز-پس فاز و متناظرا PD، PI و PID بیان شده و بر روی سیستم غیر کمینه فازی اعمال می شوند. در نهایت با استفاده از تابع تبدیل حساسیت روش های طراحی کنترلگرهای مرتبه بالاتر برای سیستم های پیچیده، ناپایدار و غیر کمینه فاز مورد بررسی و تحلیل قرار خواهد گرفت.

مشخصات فرکانسی

- **انگیزه**

✓ تا به حال طراحی کنترلگر با تنها دو پارامتر طراحی بررسی شده است.

✓ نیاز به کنترلگرهای دینامیکی با مرتبه بالاتر برای مصالحه بین اهداف مختلف ردیابی و پایداری

✓ اهداف طراحی کنترلگر

❑ حفظ پایداری سیستم حلقه بسته

❑ ردیابی مناسب (سرعت بیشینه و خطای ماندگار کمینه با محدودیت عملگرها و حسگرها)

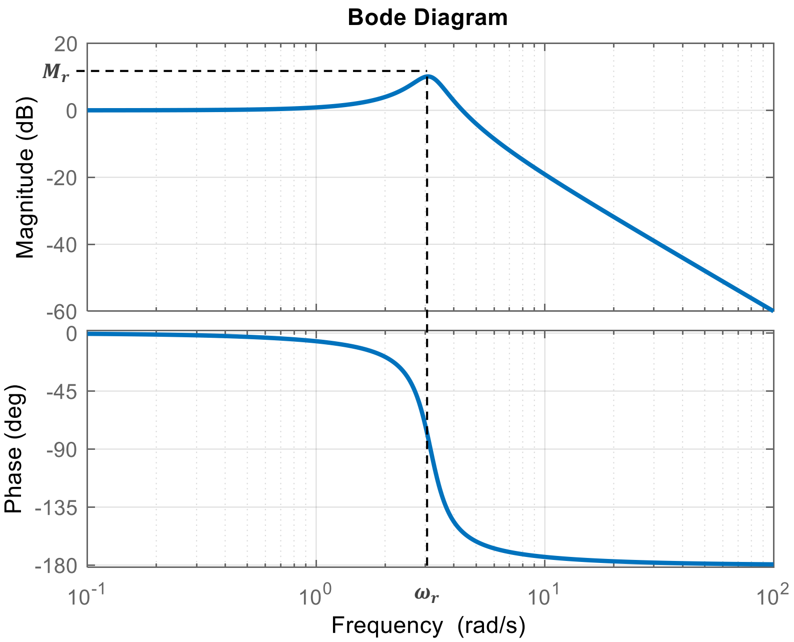
✓ بیان مشخصات مورد نیاز در فضای زمانی.

✓ تحلیل پایداری در حوزه فرکانسی

✓ نیاز به تعریف سایر مشخصات مورد نیاز در حوزه فرکانس

❑ فراجهش در حوزه فرکانس، خطای ماندگار، فرکانس شکست، پهنای باند، پایداری نسبی، تابع تبدیل حساسیت و ...

مشخصات فرکانسی



- **تشدید بیشینه M_r**

✓ M_r: بیشینه مقدار اندازه پاسخ فرکانسی

$$M_r = \max|M(j\omega)|$$

❑ پاسخ فرکانسی یک سیستم نوعی را در نظر بگیرید.

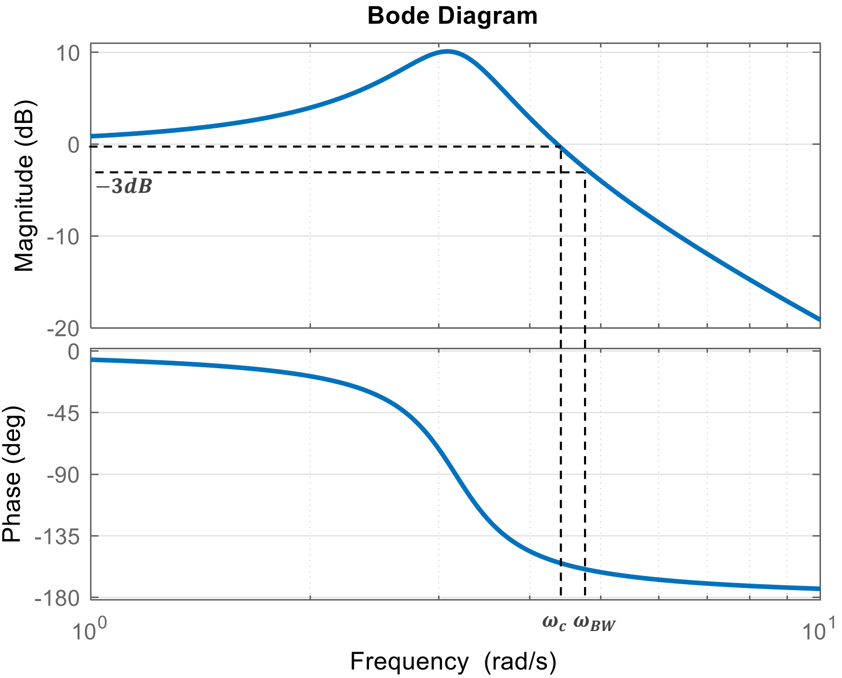
❑ تشدید بیشینه برای سیستم های دارای قطب مختلط در فرکانس تشدید ω_r ظهور می کند.

❑ اگر سیستمی دارای ζ کم و نوسانات زیاد در پاسخ باشد M_r آن بزرگ است.

❑ سیستم حلقه بسته مناسب نبایستی نوسانات زیادی داشته باشد.

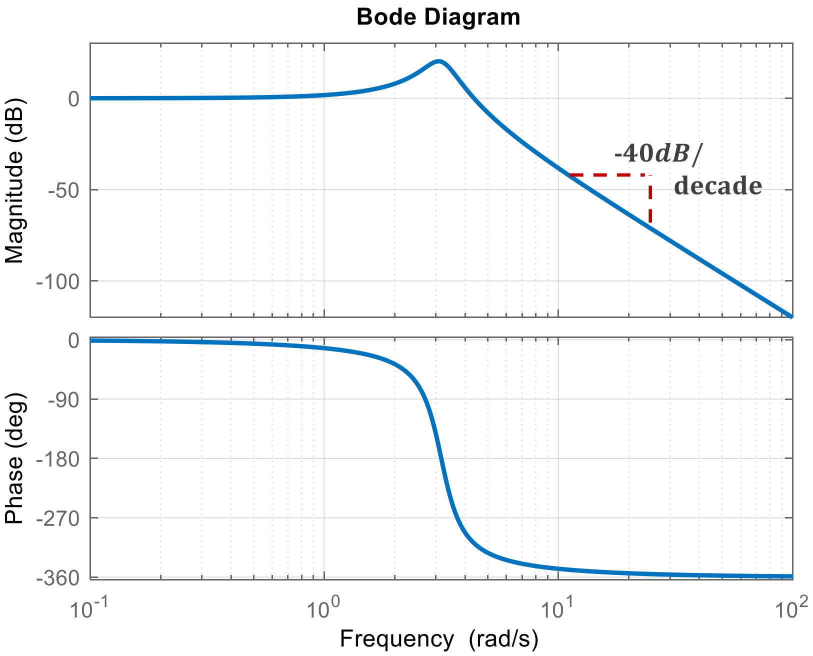
$$1.1 \cong 0.83\, dB < M_r < 1.5 \cong 3.5\, dB$$

مشخصات فرکانسی



- ## پهنای باند BW
  - ✓ پهنای باند ω_{BW} فرکانسی است که اندازه پاسخ فرکانسی در آن $-3dB = 0.707$ باشد
    - ❑ پهنای باند معیاری برای سرعت پاسخ سیستم است
    - ❑ پهنای باند بیشتر معادل پاسخ گذرای سریع تر است
- ## فرکانس گذر (cross-over)
  - ✓ فرکانس گذر فرکانسی است که اندازه پاسخ فرکانسی در آن $0dB = 1$ باشد
    - ❑ فرکانس گذر ω_c نزدیک پهنای باند سیستم است
    - ❑ ولی تعیین آن به مراتب راحت تر است.

مشخصات فرکانسی



- نرخ شکست: (Cut-off rate)
  - ✓ پهنای باند ω_{BW} به تنهایی نمی تواند میزان کاهش نویز در پاسخ سیستم را بیان کند
  - ✓ شیب پاسخ فرکانسی در فرکانس های بالا را نرخ شکست می نامند
  - ✓ در سیستم مرتبه یک نرخ شکست $-20dB/decade$ است.
    - ❑ هر چه نرخ شکست بیشتر باشد، میزان دفع نویز آن بیشتر است
    - ❑ یک سیستم مرتبه دو که دارای نرخ شکست $-40dB/decade$ است نویز را بیشتر از یک سیستم مرتبه یک دفع می کند.

- مشخصات فرکانسی سیستم مرتبه دو

✓ سیستم حلقه بسته مرتبه دو زیر را در نظر بگیرید.

$$M(s)=\frac{y(s)}{r(s)}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

✓ پاسخ فرکانسی را به ازای فرکانس نرمالیزه شده $\Omega=\omega/\omega_n$ به دست آورید.

$$M(j\omega)=\frac{1}{(1-\Omega^2)+j2\zeta\Omega}$$

✓ بدین ترتیب:

$$|M(j\omega)|=\frac{1}{[(1-\Omega^2)^2+(2\zeta\Omega)^2]^{1/2}},\qquad M(j\omega)=-\tan^{-1}\frac{2\zeta\Omega}{1-\Omega^2}$$

• مشخصات فرکانسی سیستم مرتبه دو

✓ برای تعیین فرکانس تشدید ω_r مشتق اندازه را برابر صفر قرار دهید.

$$\frac{d}{d\Omega}|M(j\Omega)| = -\frac{1}{2}\left[\left(1-\Omega^2\right)^2 + (2\zeta\Omega)^2\right]^{-\frac{3}{2}}\left(4\Omega^3 - 4\Omega + 8\Omega\zeta^2\right) = 0$$

✓ در دو فرکانس که از پاسخ معادله درجه سه زیر به دست می آید این رابطه برقرار است:

$$(4\Omega^2 - 4 + 8\zeta^2)\Omega = 0 \quad \rightarrow \quad \Omega = 0, \quad \Omega_r = \pm\sqrt{1-2\zeta^2}$$

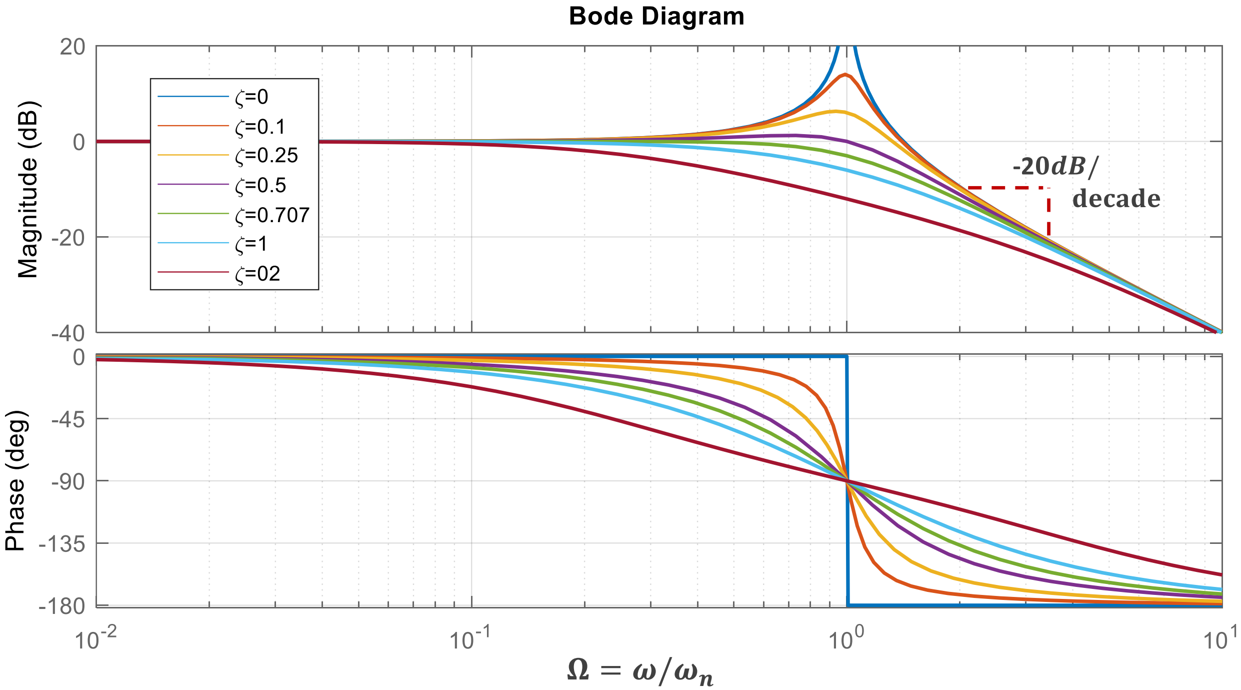
✓ پاسخ اول $\Omega = 0$ پاسخ بدیهی معادله و فرکانس تشدید برابر $\Omega_r = \sqrt{1-2\zeta^2}$ است.

✓ زمانی Ω_r وجود دارد که $1-2\zeta^2 > 0 \rightarrow \zeta < 0.707$ باشد.

✓ در این حالت

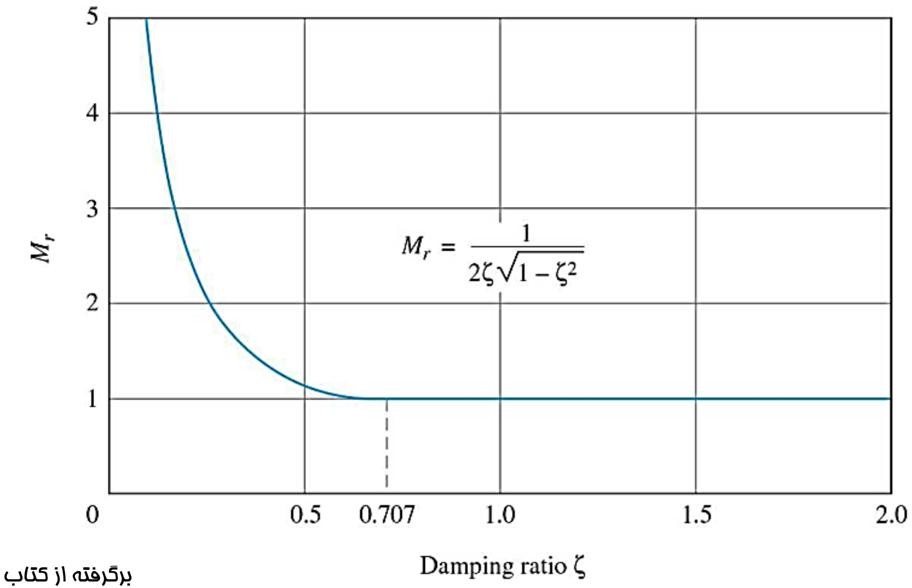
$$M_r = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} \quad \text{for} \quad \zeta \leq 0.707$$

- مشخصات فرکانسی سیستم مرتبه دو



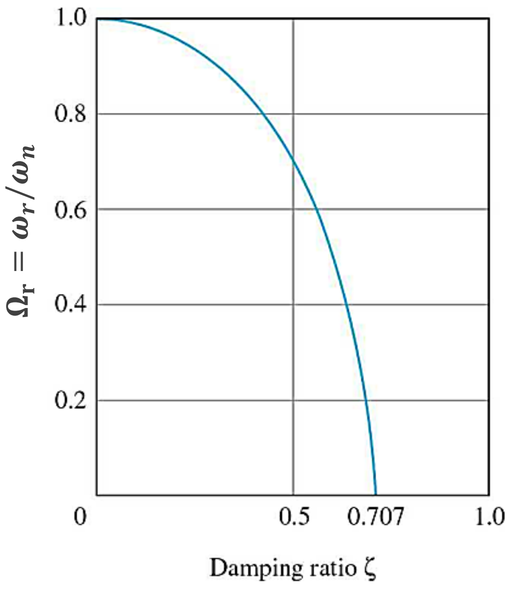
- مشخصات فرکانسی سیستم مرتبه دو

رفتار تشدید بیشینه M_r بر حسب ζ



برگرفته از کتاب Kuo

رفتار فرکانس تشدید بر حسب ζ



- مشخصات فرکانسی سیستم مرتبه دو

✓ پهنای باند

❑ از تعریف استفاده کرده و قدر مطلق اندازه را برابر $1/\sqrt{2}$ قرار دهید.

$$|M(j\Omega)| = \frac{1}{[(1-\Omega^2)^2 + (2\zeta\Omega)^2]^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

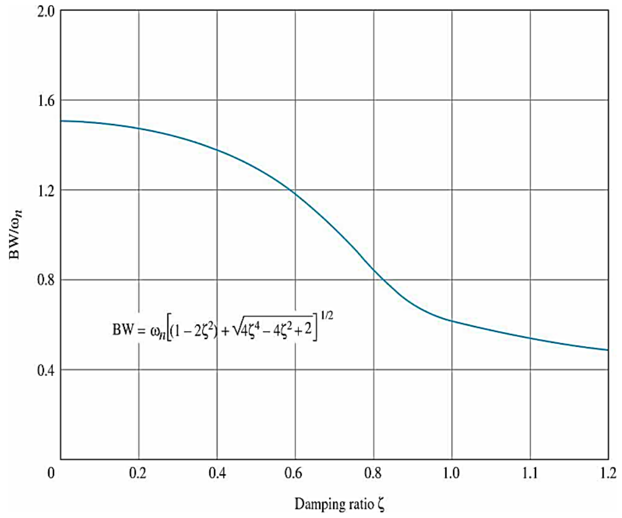
✓ بدین ترتیب:

$$[(1-\Omega^2)^2 + (2\zeta\Omega)^2] = 2 \quad \rightarrow$$

$$\Omega^2 = (1-2\zeta^2) \pm \sqrt{4\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2}$$

✓ بنابر این پهنای باند دقیق از رابطه زیر تعیین می شود.

$$\omega_{BW} = \omega_n \left[(1-2\zeta^2) + \sqrt{4\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2}\right]^{1/2}$$



رفتار پهنای باند بر حسب ζ

برگرفته از کتاب Kuo

عناوین فصل

مشخصات فرکانسی

۱ انگیزه، تشدید بیشینه M_r، پهنای باند، فرکانس گذر بهره، فرکانس گذر فاز، نرخ شکست، مشخصات فرکانسی سیستم مرتبه دو، مثال های کاربردی.

پایداری نسبی

۲ انگیزه، تعریف کیفی و کمی پایداری نسبی، حاشیه بهره، فرکانس گذر فاز، حاشیه فاز، فرکانس گذر بهره، تعیین همزمان حاشیه بهره و فاز با نمودار بودی، حاشیه فاز و بهره مثبت و منفی، تحلیل فرکانسی با نمودار نیکولز، کانتور های نمودار نیکولز، مثال های کاربردی.

طراحی جبران ساز در حوزه فرکانس

۳ چرا جبران ساز؟ رفتار مطلوب در حوزه فرکانس، ویژگی های جبران ساز های پیش فار، پس فاز و پیش فاز-پس فاز، طراحی گام به گام جبران ساز پیش فاز، PD، پس فاز، PI، پیش فاز-پس فاز و PID، طراحی نمونه بر روی سیستم غیر کمینه فاز، ارزیابی رفتار زمانی و فرکانسی.

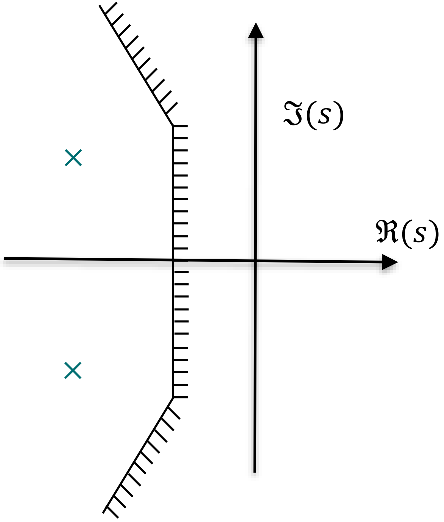
طراحی کنترلگر با تابع تبدیل مساسیت

۴ انگیزه، تابع تبدیل حساسیت و متمم آن، توابع مطلوب، چگونگی طراحی کنترلگر، کنترلگر سره و علّی، قضیه پایداری (شرایط درون یابی)، چگونگی طراحی یک سیستم پیچیده، سیستم ناپایدار، سیستم غیر کمینه فاز و سیستم ناپایدار و غیر کمینه فاز، مثال های کاربردی.

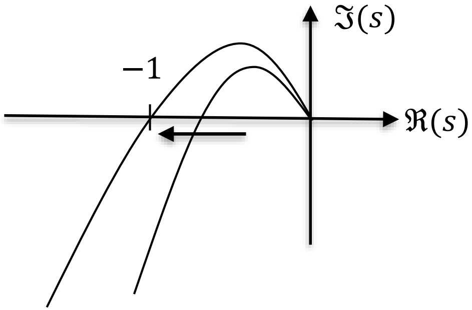
در این فصل طراحی جبران ساز ها و کنترلگرهای خطی در حوزه فرکانس مورد بررسی قرار می گیرد. در ابتدا مشخصات فرکانسی سیستم های کنترل خطی به خصوص سیستم های مرتبه دوم مورد ملاحظه قرار گرفته و مشخصات مطلوب پیشنهاد می شوند. سپس با تعریف حاشیه پایداری، روش های تعیین حاشیه فاز و بهره در سیستم های کنترل خطی بیان شده و اهمیت آن در طراحی جبران سازهای مناسب توجیه می شود. نمودار نیکولز و کانتور های آن به منظور تحلیل حاشیه پایداری و رفتار سیستم های کنترل خطی معرفی خواهد شد. روش های طراحی جبران سازهای پایه ای و پرکاربرد در صنعت، از جمله جبران ساز های پیش فاز، پس فاز، پیش فاز-پس فاز و متناظرا PD، PI و PID بیان شده و بر روی سیستم غیر کمینه فازی اعمال می شوند. در نهایت با استفاده از تابع تبدیل حساسیت روش های طراحی کنترلگرهای مرتبه بالاتر برای سیستم های پیچیده، ناپایدار و غیر کمینه فاز مورد بررسی و تحلیل قرار خواهد گرفت.

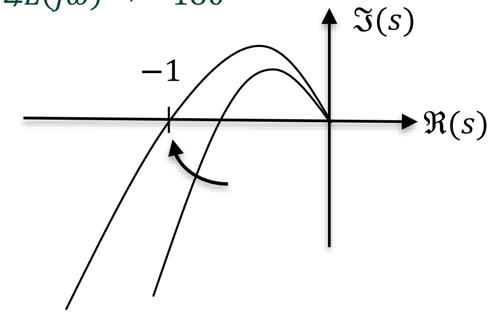
پایداری نسبی

- **انگیزه**
  - ✓ پایداری یک ویژگی مطلق است: یک سیستم یا پایدار است، یا در مرز ناپایداری و یا ناپایدار.
  - ✓ اما نزدیکی به مرز ناپایداری نیز مطلوب نیست: پایداری نسبی
    - ❑ در مکان هندسی ریشه ها نزدیکی قطب ها به محور $j\omega$ نوسانات شدیدی را ایجاد کرده و مطلوب نیست
    - ❑ در معیار پایداری نایکویست نزدیکی به نقطه -1 همین حالت را دارد و مطلوب نیست.
    - ❑ در پاسخ فرکانسی نزدیکی به نقطه -1 هم در اندازه و هم در زاویه قابل تحلیل است



$|L(j\omega)| \to 1$ or $\measuredangle L(j\omega) \to -180^{\circ}$



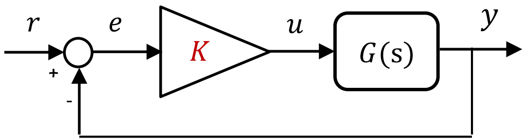


پایداری نسبی

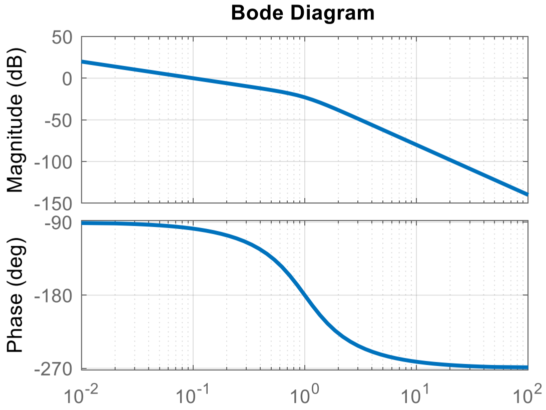
• تعریف کیفی

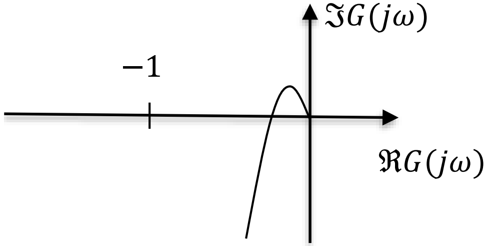
✓ پایداری نسبی برای بیان چگونگی پایداری استفاده می شود.

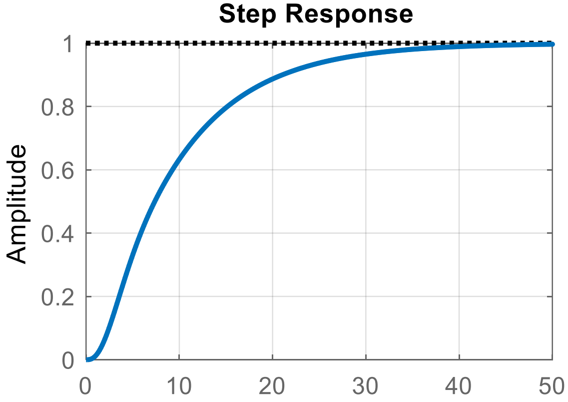
✓ سیستم حلقه بسته با بهره K را در نظر بگیرید: $L(s) = KG(s)$



✓ برای بهره K کوچک:

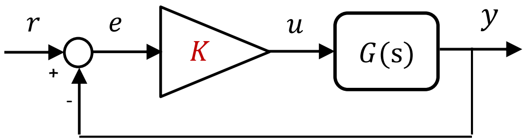


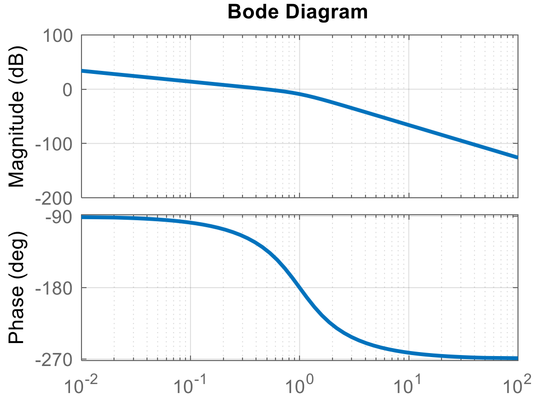


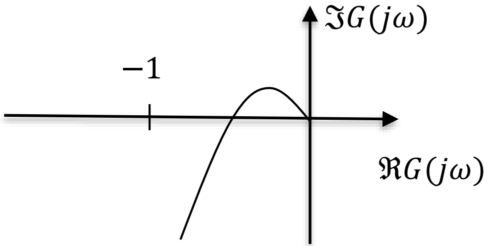


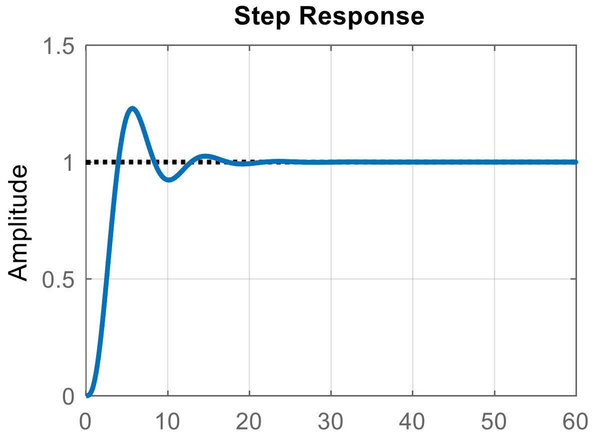
- ## تعریف کیفی

  - ✓ سیستم حلقه بسته با بهره K را در نظر بگیرید: $L(s) = KG(s)$
  - ✓ برای بهره K متوسط:



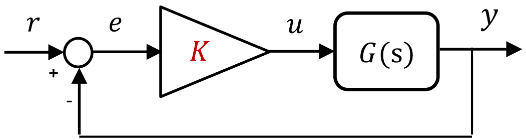






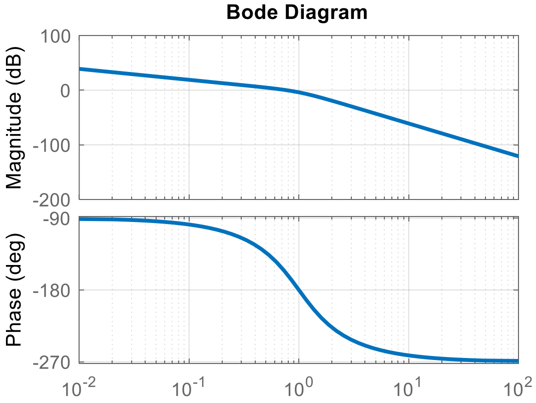
پایداری نسبی

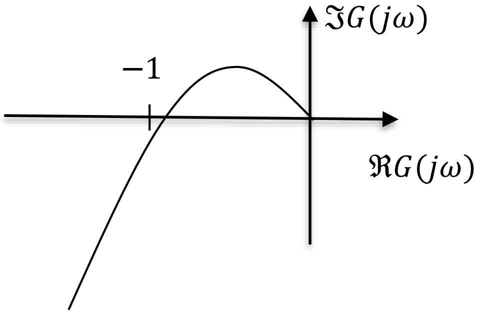
• تعریف کیفی

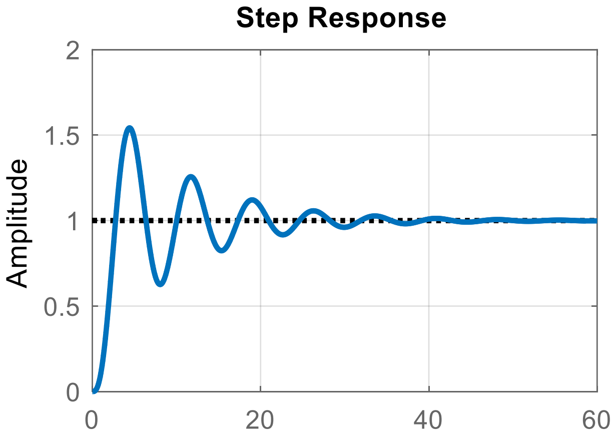


✓ سیستم حلقه بسته با بهره K را در نظر بگیرید: $L(s) = KG(s)$

✓ برای بهره K بزرگ:

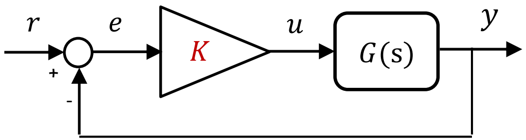






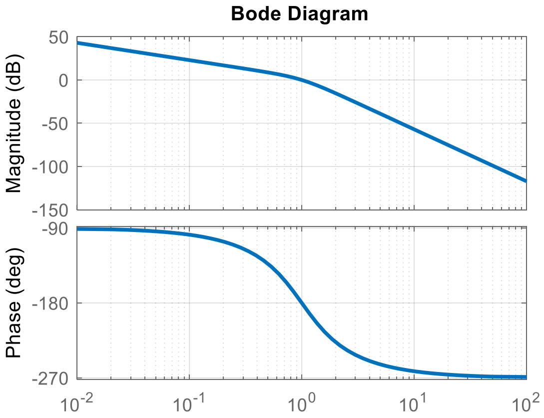
پایداری نسبی

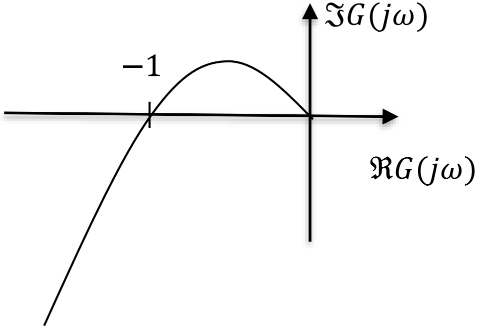
- ## تعریف کیفی

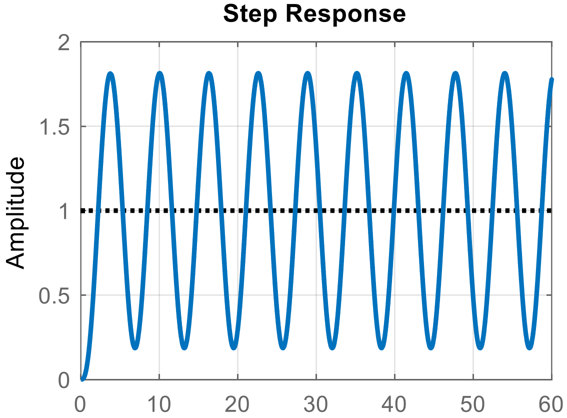


✓ سیستم حلقه بسته با بهره K را در نظر بگیرید: $L(s) = KG(s)$

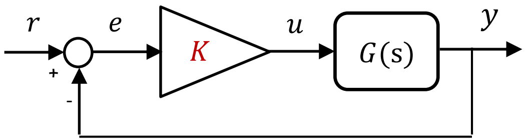
✓ برای بهره K بحرانی:







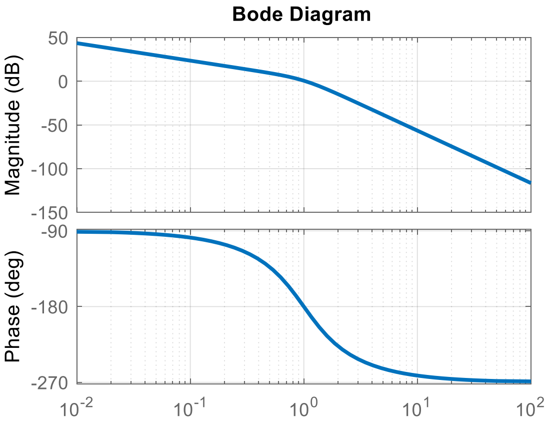
پایداری نسبی

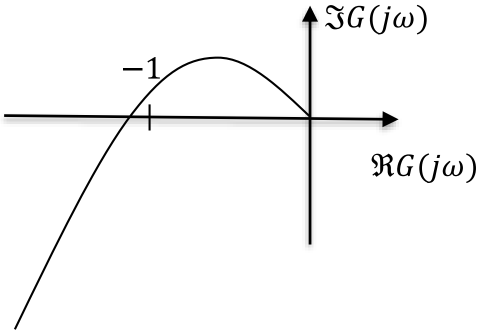


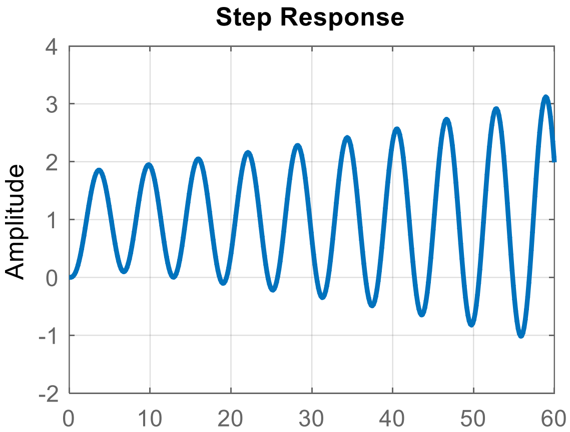
• تعریف کیفی

✓ سیستم حلقه بسته با بهره K را در نظر بگیرید: $L(s) = KG(s)$

✓ برای بهره K فوق بحرانی:

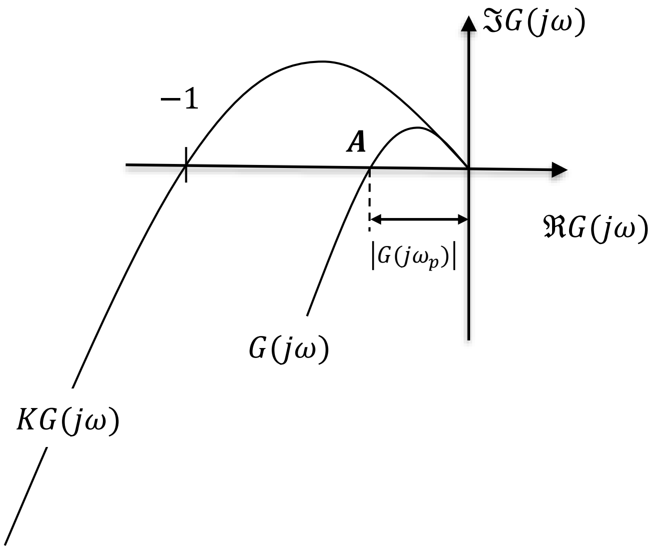






• حاشیه بهره GM

✓ بیان مفهومی

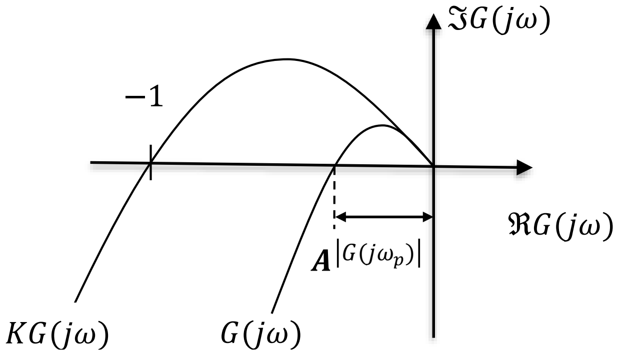


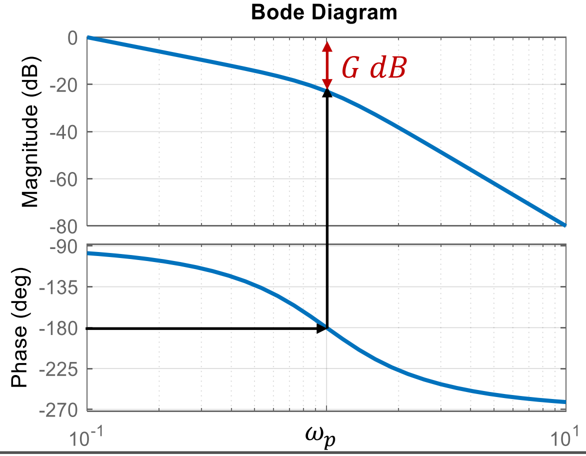
- ❑ چه بهره ای در $G(j\omega)$ ضرب شود تا آنرا به مرز ناپایداری برساند.
  - نمودار نایکوست $G(j\omega)$ در اثر بهره $K > 1 = 0db$ باد می کند.
  - نقطه A در اثر بهره K به نقطه ۱− میل می کند.
- ❑ نقطه A بر روی محور حقیقی و دارای زاویه ۱۸۰ درجه است.
  - به خاطر این ویژگی A به عنوان نقطه گذر فاز معرفی می شود.

✓ تعریف فرکانس گذر فاز

Phase cross over frequency: $\omega_p \ni \measuredangle G(j\omega_p) = -180^{\circ}$

پایداری نسبی





• حاشیه بهره GM

✓ تعریف دقیق

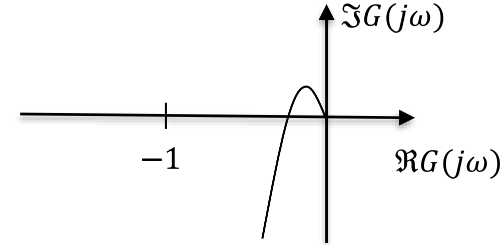
$$GM = 20\log_{10}\frac{1}{|G(j\omega_p)|} = -20\log_{10}|G(j\omega_p)|\ dB$$

✓ تعیین GM از روی نمودار بودی بهره حلقه

- ❑ از منحنی فاز فرکانس گذر فاز در زاویه ۱۸۰− درجه را تعیین کنید.
- ❑ در فرکانس گذر فاز بهره سیستم به dB را تعیین کنید: $G\ dB$
- ❑ حاشیه بهره به dB منفی مقدار فوق خواهد بود: $GM = -G\ dB$

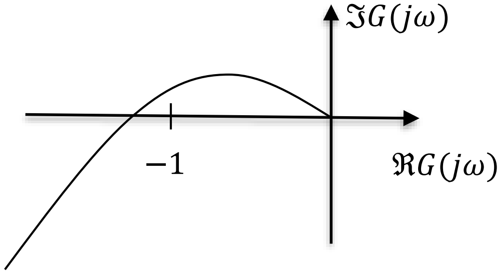
پایداری نسبی

- **حاشیه بهره GM**



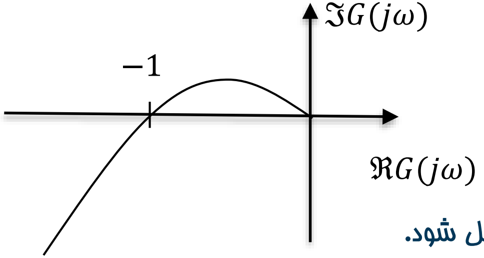
✓ مثال ۱: اگر $0 < |G(j\omega_p)| < 1 = 0dB$ آنگاه

سیستم پایدار است $GM = -|G(j\omega_p)|\ dB \rightarrow GM > 0dB \rightarrow$



✓ مثال ۲: اگر $|G(j\omega_p)| > 1 = 0dB$ آنگاه

سیستم ناپایدار است $GM = -|G(j\omega_p)|\ dB \rightarrow GM < 0dB \rightarrow$

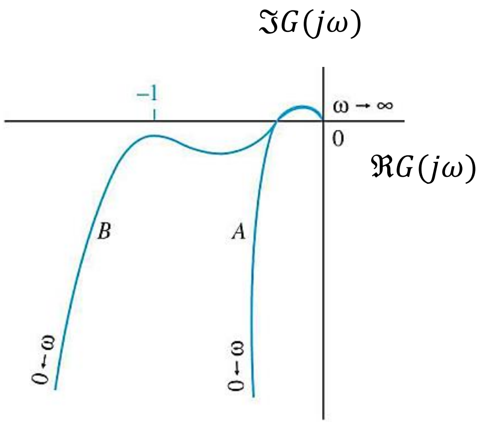


✓ مثال ۳: اگر $|G(j\omega_p)| = 1 = 0dB$ آنگاه

سیستم در مرز ناپایداری است $GM = 0dB \rightarrow$

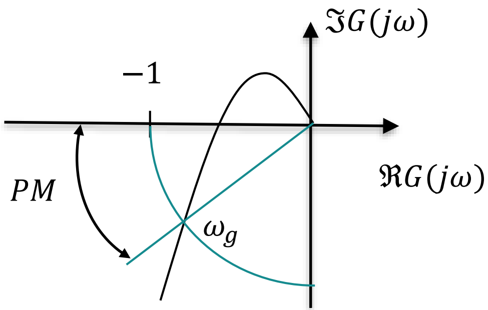
توجه: برای $G(s)$ ناپایدار یا غیر کمینه فاز ممکن است با حاشیه فاز منفی نیز پایداری سیستم حلقه بسته حاصل شود.

پایداری نسبی



• حاشیه فاز PM

- ✓ با اینکه حاشیه بهره پایداری نسبی را از یک نظر تعیین می کند اما همیشه حاشیه بهره بزرگ دور بودن از ناپایداری را تضمین نمی کند
  - ❑ در شکل روبرو هر دو سیستم دارای حاشیه بهره زیادی هستند ولی سیستم B حاشیه پایداری کمتری را تجربه می کند.
- ✓ بیان مفهومی
  - ❑ چه میزان فاز $G(j\omega)$ اضافه شود تا آنرا به مرز ناپایداری برساند.
    - نمودار نایکوست $G(j\omega)$ در اثر افزایش فاز می چرخد.
    - نقطه B در اثر در اثر افزایش فاز θ به نقطه ۱- میل می کند.
  - ❑ نقطه B بر روی دایره واحد و دارای اندازه ۱ یا صفر dB است.
    - به خاطر این ویژگی B به عنوان نقطه گذر بهره معرفی می شود.
- ✓ تعریف فرکانس گذر بهره



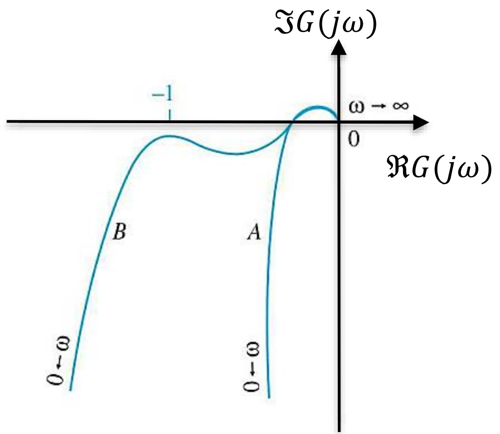
Gain cross over frequency: $\omega_g \ni \left|G(j\omega_g)\right| = 1 = 0\ dB$

پایداری نسبی

• حاشیه فاز PM

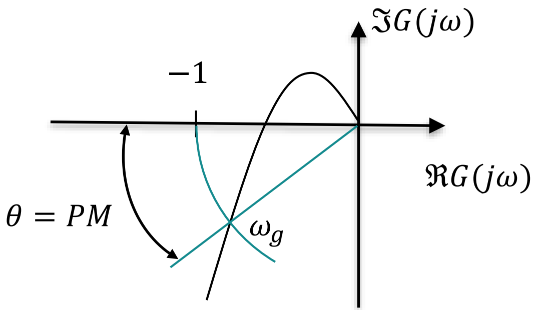
✓ با اینکه حاشیه بهره پایداری نسبی را از یک نظر تعیین می کند اما همیشه حاشیه بهره بزرگ دور بودن از ناپایداری را تضمین نمی کند

- ❑ در شکل روبرو هر دو سیستم دارای حاشیه بهره زیادی هستند ولی سیستم B حاشیه پایداری کمتری را تجربه می کند.



✓ بیان مفهومی

- ❑ چه میزان فاز به $G(j\omega)$ اضافه شود تا آنرا به مرز ناپایداری برساند.
  - نمودار نایکوست $G(j\omega)$ در اثر افزایش فاز می چرخد.
  - نقطه g در اثر افزایش فاز θ به نقطه ۱− میل می کند.
- ❑ نقطه g بر روی دایره واحد و دارای اندازه ۱ یا صفر dB است.
  - به خاطر این ویژگی B به عنوان نقطه گذر بهره معرفی می شود.



✓ تعریف فرکانس گذر بهره

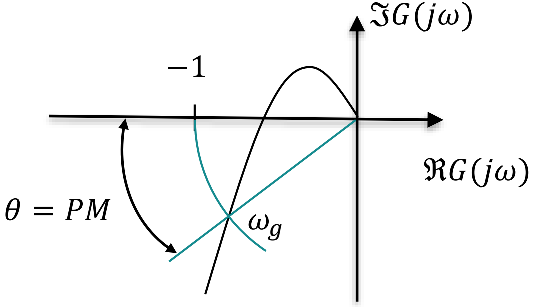
Gain cross over frequency: $\omega_g \ni \left|G(j\omega_g)\right| = 1 = 0\ dB$

پایداری نسبی

- ## حاشیه فاز PM

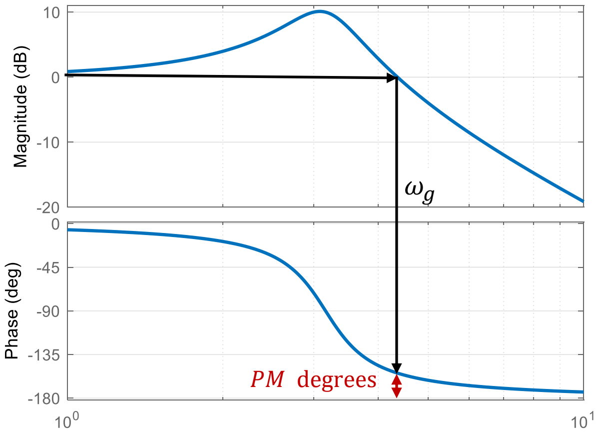
✓ تعریف دقیق

$$PM = \measuredangle G(j\omega_g) - 180^{\circ}$$



✓ تعیین GM از روی نمودار بودی بهره حلقه

- ❑ از منحنی اندازه محل برخورد با $0dB$ و فرکانس گذر بهره را تعیین کنید.
- ❑ در فرکانس گذر بهره فاز سیستم را تعیین کنید. $PM + 180^{\circ}$
- ❑ ۱۸۰ درجه از این زاویه کم کنید تا حاشیه فاز به دست آید.



پایداری نسبی

- **حاشیه فاز PM**

✓ مثال ۱: اگر $180^\circ < \measuredangle G(j\omega_g) < 360^\circ$ آنگاه

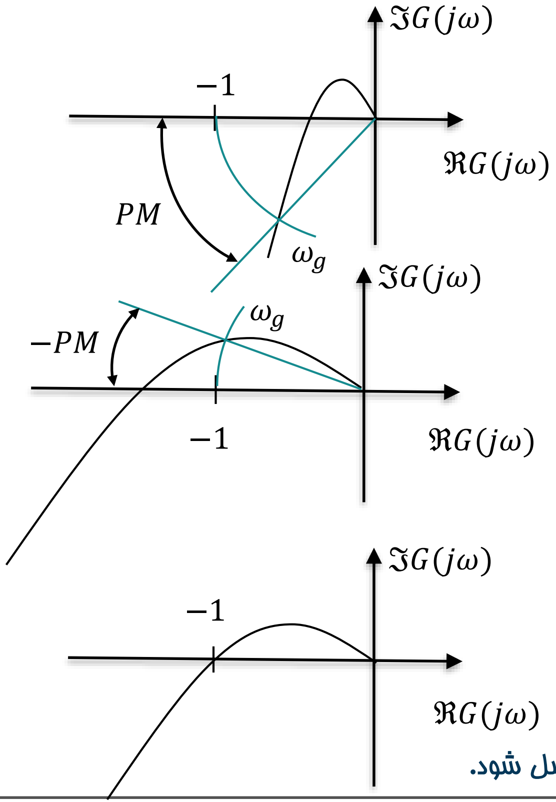
$PM = \measuredangle G(j\omega_g) - 180^\circ > 0^\circ \rightarrow$ سیستم پایدار است

✓ مثال ۲: اگر $0^\circ < \measuredangle G(j\omega_g) < 180^\circ$ آنگاه

$PM = \measuredangle G(j\omega_g) - 180^\circ < 0^\circ \rightarrow$ سیستم ناپایدار است

✓ مثال ۳: اگر $\measuredangle G(j\omega_g) = -180$ آنگاه

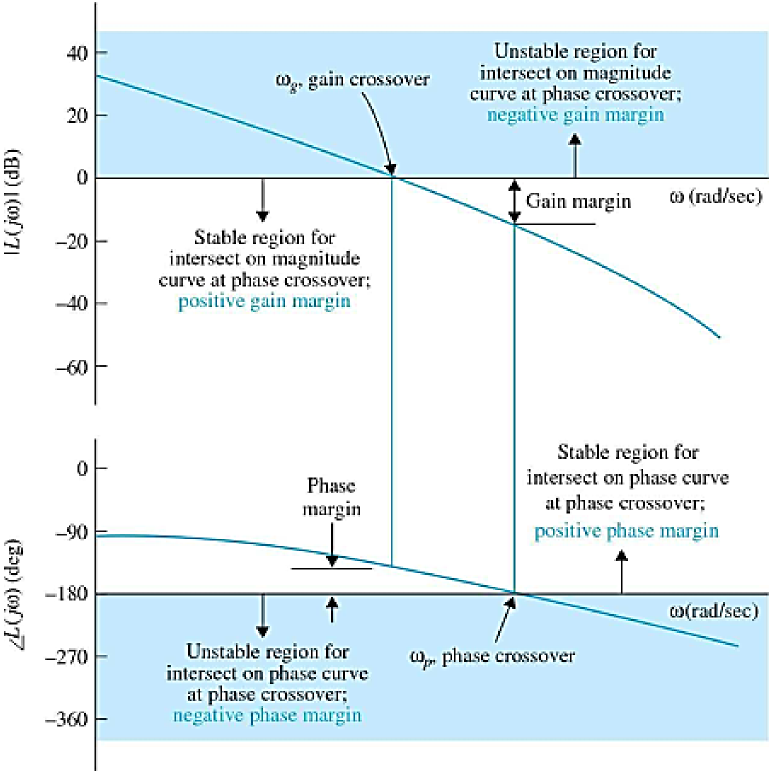
$PM = 0^\circ \rightarrow$ سیستم در مرز ناپایداری است



توجه: برای $G(s)$ ناپایدار یا غیر کمینه فاز ممکن است با حاشیه فاز منفی نیز پایداری سیستم حلقه بسته حاصل شود.

پایداری نسبی

- تعیین همزمان حاشیه بهره و فاز با نمودار بودی



✓ با رسم خطوط افقی $0dB$ و -180° نقاط گذر بهره و فاز را تعیین می کنیم.

✓ مطابق شکل مقابل به صورت همزمان حاشیه فاز و بهره تعیین می شوند.

✓ در سیستم های کمینه فاز محدوده پایداری مطابق شکل روبرو تعیین می شود.

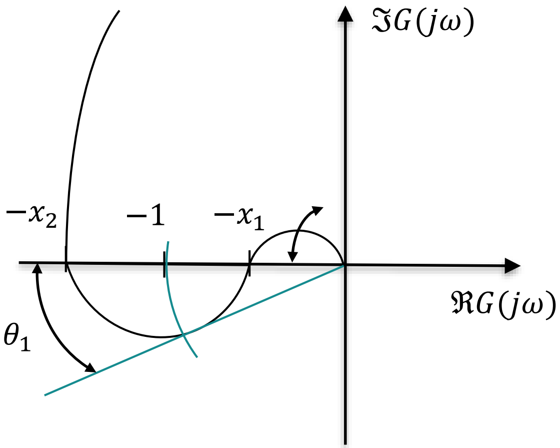
❑ حاشیه بهره منفی به dB و حاشیه فاز منفی به درجه محدوده های ناپایداری خواهند بود

❑ برای سیستم های ناپایدار با غیر کمینه فاز بهتر است از معیار پایداری نایکویست استفاده شود.

پایداری نسبی

- **حاشیه بهره و فاز مثبت و منفی**

✓ برای $G(s)$ ناپایدار یا غیر کمینه فاز ممکن است با حاشیه فاز یا حاشیه بهره مثبت و منفی برخورد کرده و لازم باشد محدوده پایداری تعیین شود:



✓ برای مثال سیستمی را در نظر بگیرید که تابع تبدیل حلقه باز آن دارای یک قطب ناپایدار است. $P=1$

✓ با توجه به معیار پایداری نایکویست بایستی یک چرخش منفی پادساعتگرد حول نقطه $-1/K$ داشته باشیم تا $N=-1$ و سیستم حلقه بسته پایدار شود: $Z=N+P=0$

✓ برای این سیستم دو حاشیه بهره مثبت و منفی با توجه به مقادیر $-x_1$ و $-x_2$ به دست می آید.

✓ محدوده پایداری هم از رابطه زیر به دست می آید:

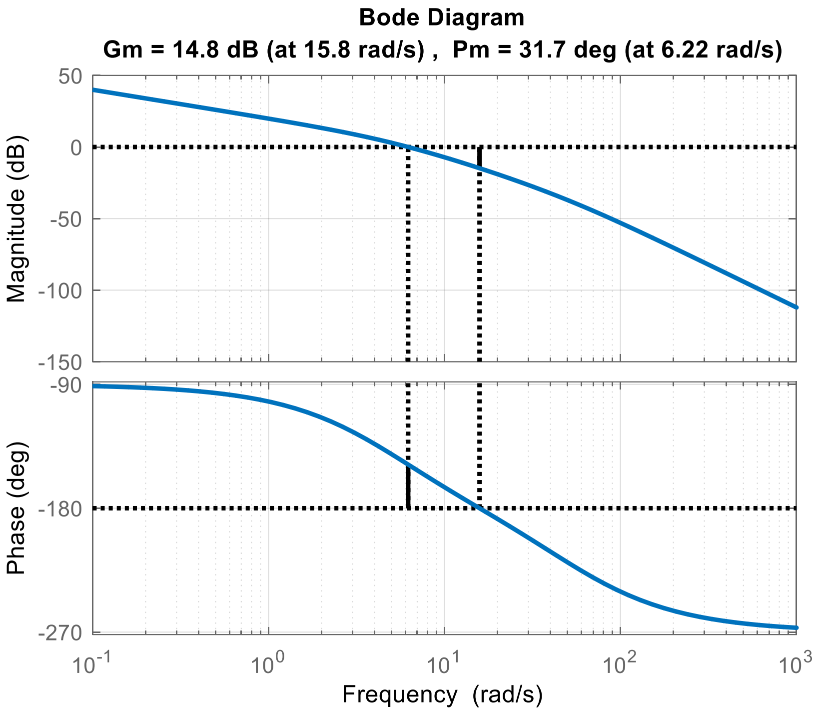
$$-x_2 < -\frac{1}{K} < -x_1$$

پایداری نسبی

• تعیین همزمان حاشیه بهره و فاز با نمودار بودی

✓ مثال ۱: حاشیه فاز و بهره سیستم زیر را تعیین کنید.

$$G(s) = \frac{10}{s(0.2s+1)(0.02s+1)}$$




```
num=10;den=conv([0.2, 1 0],[0.02 1]);
sys1=tf(num,den);
margin(sys1), grid
set(findall(figure(1),'type','line'),'linewidth',2)
```

$$GM = 14.8\,dB \quad @15.8\,rad/s$$
$$PM = 31.7^{\circ} \quad @6.22\,rad/s$$

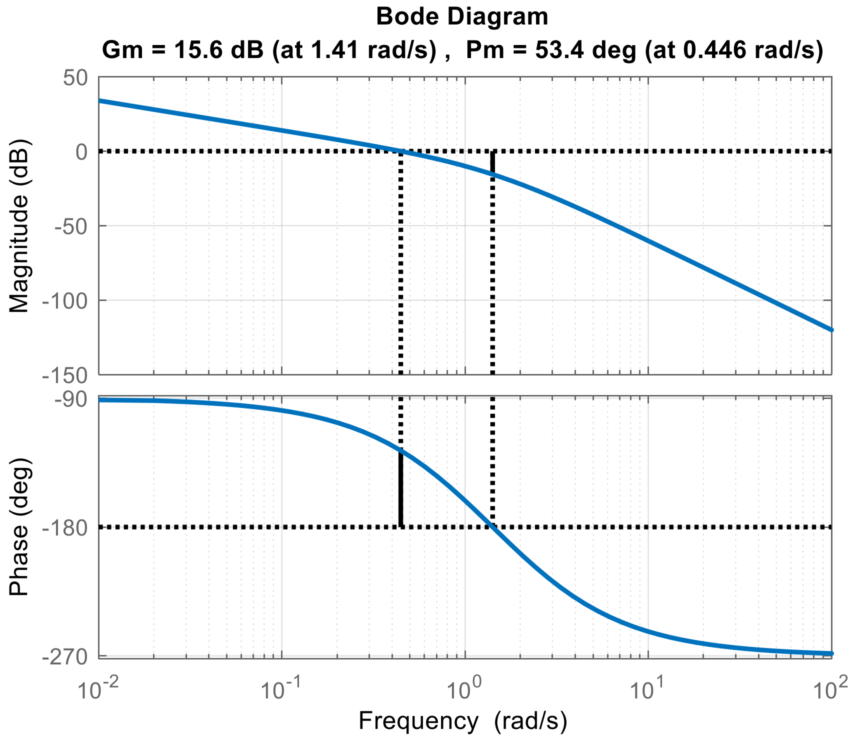
حل کامپیوتری

• تعیین همزمان حاشیه بهره و فاز با نمودار بودی

✓ مثال ۲: حاشیه فاز و بهره سیستم زیر را تعیین کنید.

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$$

```
sys2=zpk([],[0 -1 -2],1);
margin(sys2), grid
set(findall(figure(1),'type','line'),'linewidth',2)
```



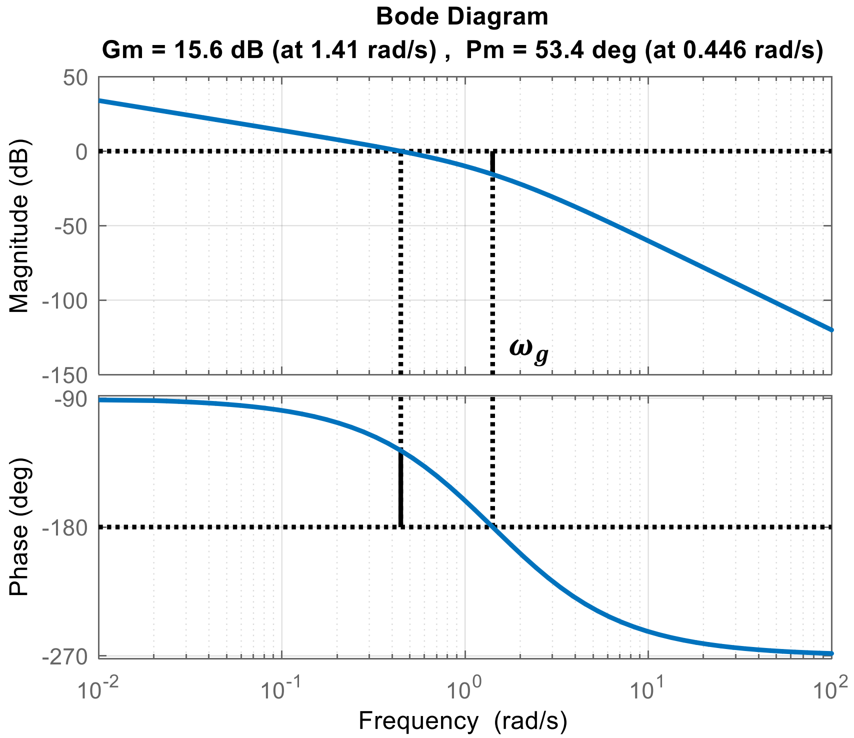
$$GM = 15.6\,dB \quad @1.410\,rad/s$$
$$PM = 53.4^{\circ} \quad @0.446\,rad/s$$

حل کامپیوتری

پایداری نسبی

• تعیین همزمان حاشیه بهره و فاز با نمودار بودی

✓ مثال ۳: حاشیه فاز سیستم زیر را تعیین کنید.



$$G(s) = \frac{e^{-\tau s}}{s(s+1)(s+2)}, \tau = 1$$

❑ اضافه کردن $e^{-j\tau\omega}$ نمودار اندازه را تغییر نمی دهد

❑ نمودار زاویه را به اندازه $-\tau\omega$ در هر فرکانس کاهش می دهد

❑ مقدار ثابت زمانی تاخیر بحرانی از τ_c حاشیه فاز به دست می آید.

$$\tau_c\omega_g = 53.4^{\circ} \rightarrow \tau_c = 53.4 \times \frac{\pi}{180} \times \frac{1}{0.446}$$

$$\tau_c = 2.09$$

❑ به ازای $\tau = 1$ تاخیر فاز اضافه شده برابر است با

$$\phi = 1 \times 0.446 \times \frac{180}{\pi} = 25.55^{\circ}$$

$$PM = 53.4 - 25.55 = 27.85^{\circ}$$

تحلیل فرکانسی سیستم با نمودار نیکولز

- **انگیزه**

✓ ویژگی های فرکانسی سیستم و حاشیه پایداری سیستم حلقه بسته $T(s)=\frac{L(s)}{1+L(s)}$ را می توان از پاسخ فرکانسی سیستم حلقه باز $L(s)$ به دست آورد.

✓ تابع تبدیل حساسیت سیستم $S(s)=\frac{1}{1+L(s)}$ نیز رفع اغتشاش و عدم حساسیت به مدل را تعبیر می کند.

✓ آیا می توان به صورت ترسیمی رابطه ای بین پاسخ فرکانسی $L(s)$ و توابع تبدیل مهم سیستم حلقه بسته $T(s), S(s)$ به دست آورد.

✓ نمودار نیکولز و کانتورهای M,N این ارتباط را به صورت گرافیکی برقرار می کنند.

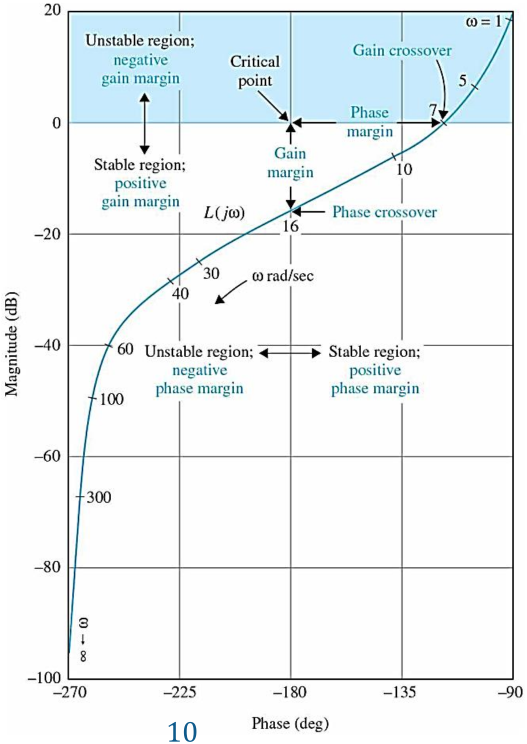
❑ کانتور M مقادیر ثابت اندازه و کانتور N مقادیر ثابت فاز سیستم حلقه بسته را بر اساس پاسخ فرکانسی سیستم حلقه باز ترسیم می کنند.

❑ مقدار تشدید بیشینه M_r، فرکانس تشدید و پهنای باند سیستم نیز به راحتی مشخص می شوند.

✓ اگر به جای ترسیم نمودار نیکولز $L(s)$ نمودار نیکولز $L^{-1}(s)$ را رسم کنیم همه این موارد برای تابع تبدیل حساسیت به دست می آید.

$$T(s)=\frac{L(s)}{1+L(s)}, \qquad S(s)=\frac{1}{1+L(s)}=\frac{L^{-1}(s)}{1+L^{-1}(s)}$$

تحلیل فرکانسی سیستم با نمودار نیکولز



$$L(s) = \frac{10}{s(0.2s+1)(0.02s+1)}$$

- **نمودار نیکولز**

✓ نمودار نیکولز از نمایش اندازه (در مقیاس dB) بر حسب زاویه (در مقیاس درجه) تابع تبدیل حلقه باز ترسیم می شود.

❑ نقطه بحرانی در این نمودار تقاطع خطوط $0dB$ و -180° است.

❑ نقطه گذر فاز جایی است که نمودار خط -180° را قطع می کند.

❑ حاشیه بهره با استفاده از فاصله عمودی این نقطه تا $0dB$ تعیین می شود.

❑ نقطه گذر بهره جایی است که نمودار خط $0dB$ را قطع می کند.

❑ حاشیه فاز با استفاده از فاصله افقی این نقطه تا -180° تعیین می شود.

❑ منطقه ای که حاشیه بهره یا فاز منفی می شود و سیتم حلقه بسته ناپایدار است نیز بر روی شکل مشخص شده است.

توجه: برای $L(s)$ ناپایدار یا غیر کمینه فاز از معیار پایداری نایکویست استفاده کنید..

تحلیل فرکانسی سیستم با نمودار نیکولز

• کانتور های نمودار نیکولز

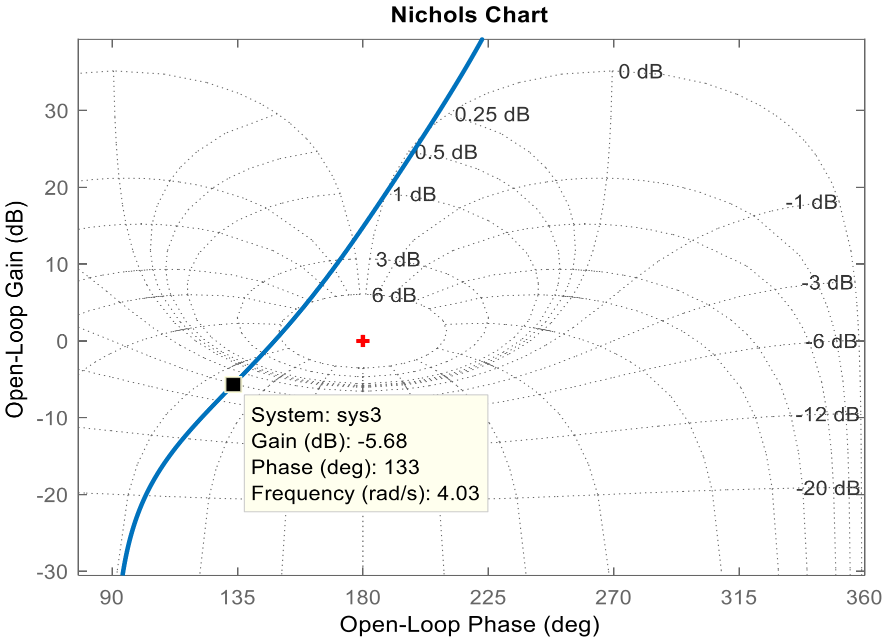
✓ اگر کانتورهای M اندازه ثابت را بررسی کنید:

❑ بیشینه تشدید M_r سیستم حلقه بسته نزدیک $6dB$ و در فرکانس $6.57\ rad/s$ دیده می شود

❑ پهنای باند از تقاطع پاسخ زمانی با کانتور $-3dB$ به دست می آید که تقریبا $10.2\ rad/s$ است.

✓ حال نمودار نیکولز $L^{-1}(s)$ را رسم کنید:

❑ پهنای باند تابع تبدیل حساسیت از تقاطع نمودار با کانتور $-3dB$ به دست می آید که تقریبا $4.03\ rad/s$ است.



$$L(s) = \frac{10}{s(0.2s+1)(0.02s+1)}$$

تحلیل فرکانسی سیستم با نمودار نیکولز

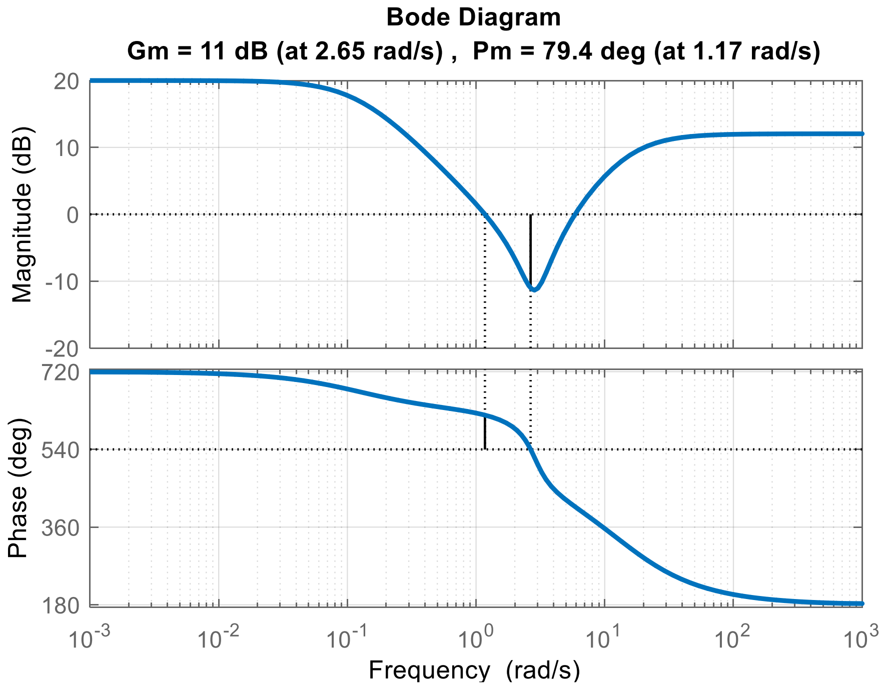
• نمودار نیکولز

✓ مثال سیستم زیر را در نظر بگیرید.

$$L(s) = \frac{-4\,(s-12.14)\,(s+1.5)\,(s^2\ -\ 1.37s\ +\ 8.22)}{(s+2.28)\,(s+0.12)\,(s^2\ +\ 27.6s\ +\ 215.5)}$$

حاشیه پایداری و مشخصات فرکانسی سیستم حلقه بسته را تحلیل کنید.

❑ ابتدا از دستور `margin` حاشیه پایداری را به دست می آوریم.



$$GM = 11\,dB \qquad @2.65\,rad/s$$
$$PM = 79.4^{\circ} \qquad @1.17\,rad/s$$

تحلیل فرکانسی سیستم با نمودار نیکولز

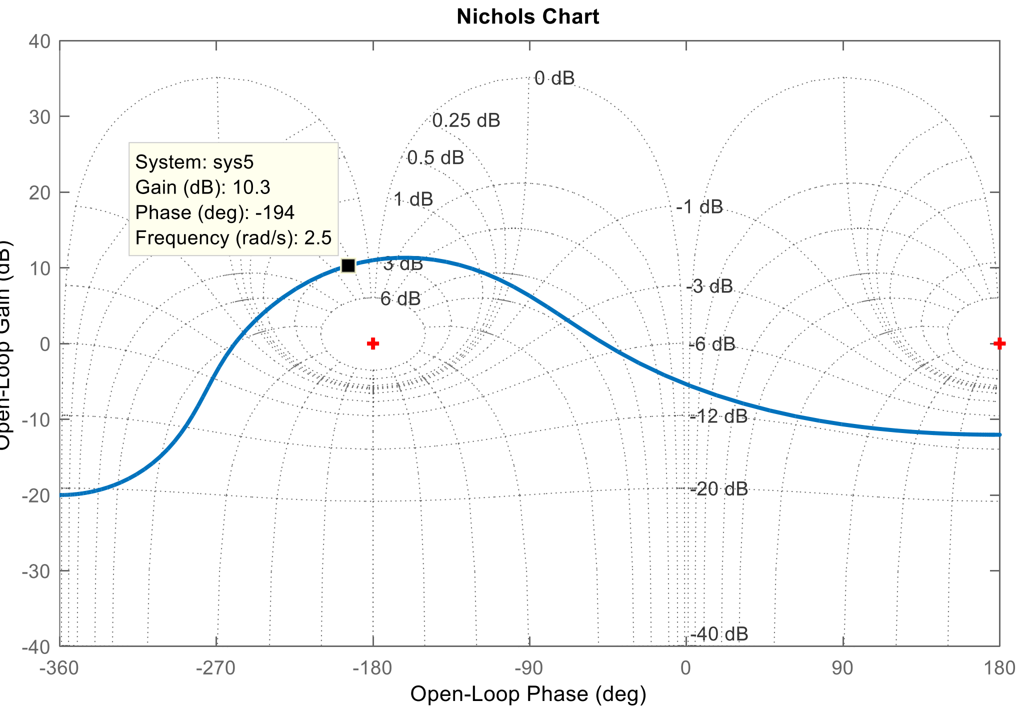
- **نمودار نیکولز**

✓ ادامه مثال:

✓ حال نمودار نیکولز را رسم می کنیم.

❑ پهنای باند سیستم: $1.68\ rad/s$

❑ بیشینه تشدید ندارد.



✓ حال نمودار نیکولز $L^{-1}(s)$ را رسم کنید:

❑ پهنای باند تابع تبدیل حساسیت تقریبا $4.79\ rad/s$ است

❑ بیشینه تشدید تابع تبدیل حساسیت تقریبا $3dB$ و فرکانس تشدید برابر $2.5\ rad/s$ است.

عناوین فصل

مشخصات فرکانسی

۱ انگیزه، تشدید بیشینه M_r، پهنای باند، فرکانس گذر بهره، فرکانس گذر فاز، نرخ شکست، مشخصات فرکانسی سیستم مرتبه دو، مثال های کاربردی.

پایداری نسبی

۲ انگیزه، تعریف کیفی و کمی پایداری نسبی، حاشیه بهره، فرکانس گذر فاز، حاشیه فاز، فرکانس گذر بهره، تعیین همزمان حاشیه بهره و فاز با نمودار بودی، حاشیه فاز و بهره مثبت و منفی، تحلیل فرکانسی با نمودار نیکولز، کانتور های نمودار نیکولز، مثال های کاربردی.

طراحی جبران ساز در حوزه فرکانس

۳ چرا جبران ساز؟ رفتار مطلوب در حوزه فرکانس، ویژگی های جبران ساز های پیش فار، پس فاز و پیش فاز-پس فاز، طراحی گام به گام جبران ساز پیش فاز، PD، پس فاز، PI، پیش فاز-پس فاز و PID، طراحی نمونه بر روی سیستم غیر کمینه فاز، ارزیابی رفتار زمانی و فرکانسی.

طراحی کنترلگر با تابع تبدیل مساسیت

۴ انگیزه، تابع تبدیل حساسیت و متمم آن، توابع مطلوب، چگونگی طراحی کنترلگر، کنترلگر سره و علّی، قضیه پایداری (شرایط درون یابی)، چگونگی طراحی یک سیستم پیچیده، سیستم ناپایدار، سیستم غیر کمینه فاز و سیستم ناپایدار و غیر کمینه فاز، مثال های کاربردی.

در این فصل طراحی جبران ساز ها و کنترلگرهای خطی در حوزه فرکانس مورد بررسی قرار می گیرد. در ابتدا مشخصات فرکانسی سیستم های کنترل خطی به خصوص سیستم های مرتبه دوم مورد ملاحظه قرار گرفته و مشخصات مطلوب پیشنهاد می شوند. سپس با تعریف حاشیه پایداری، روش های تعیین حاشیه فاز و بهره در سیستم های کنترل خطی بیان شده و اهمیت آن در طراحی جبران سازهای مناسب توجیه می شود. نمودار نیکولز و کانتور های آن به منظور تحلیل حاشیه پایداری و رفتار سیستم های کنترل خطی معرفی خواهد شد. روش های طراحی جبران سازهای پایه ای و پرکاربرد در صنعت، از جمله جبران ساز های پیش فاز، پس فاز، پیش فاز-پس فاز و متناظرا PD، PI و PID بیان شده و بر روی سیستم غیر کمینه فازی اعمال می شوند. در نهایت با استفاده از تابع تبدیل حساسیت روش های طراحی کنترلگرهای مرتبه بالاتر برای سیستم های پیچیده، ناپایدار و غیر کمینه فاز مورد بررسی و تحلیل قرار خواهد گرفت.

طراحی جبران ساز دینامیکی

- **مقدمه**
  - ✓ طراحی کنترلگر با استفاده از مکان هندسی ریشه ها
    - ❑ ارتباط مستقیم محل قطب های سیستم حلقه بسته با رفتار گذرا و پایداری نسبی
    - ❑ امکان طراحی تنها یک پارامتر
  - ✓ طراحی کنترلگر با استفاده از پاسخ فرکانسی
    - ❑ ارتباط غیرمستقیم پاسخ فرکانسی بسته حلقه باز با رفتار گذرا و پایداری نسبی سیستم حلقه بسته
    - ❑ امکان طراحی بر اساس چند هدف و تعیین بیش از یک پارامتر
  - ✓ چرا جبران ساز؟ جبران ساز به بخشی از کنترلگر گفته می شود که
    - ❑ به سیستم اصلی اضافه می شود تا مرحله به مرحله ضعف کارایی کنترلگر را رفع نماید.
    - ❑ ابتدا از کنترلگر بهره ثابت طراحی آغاز و در ادامه برای بهبود حاشیه پایداری، خطای ماندگار و سرعت سیستم بخش های جبران سازی، پیش فاز یا پس فاز و یا هر دو به کنترلگر اضافه می شود.

طراحی جبران ساز دینامیکی

• مقدمه

✓ رفتار گذرای سیستم حلقه بسته

❑ در طراحی در حوزه فرکانس رفتار گذرا به صورت غیر مستقیم با حاشیه پایداری و بیشینه تشدید M_r مرتبط است.

❑ سرعت پاسخ به فرکانس گذر بهره، فرکانس تشدید و پهنای باند مرتبط است.

❑ خطای ماندگار به ورودی پله، شیب یا سهمی به بهره DC سیستم (در فرکانس صفر) مرتبط است.

✓ در طراحی در حوزه فرکانس

❑ ابتدا سیستم حلقه باز معین شده و از حلقه فیدبک با بهره واحد استفاده می کنیم.

❑ نمودار بودی سیستم حلقه باز بسیار راهگشا است و مورد استفاده قرار می گیرد.

❑ با استفاده از جبران ساز بهره ثابت اندازه پاسخ فرکانسی سیستم به اندازه این بهره بالا (بهره بزرگتر از ۱) و یا پایین (بهره کوچک تر از ۱) می رود، در حالی که فاز سیستم تغییر نمی کند.

طراحی جبران ساز دینامیکی

- مقدمه

✓ در طراحی در حوزه فرکانس

❑ جبران ساز بهره ثابت یا به منظور کاهش خطای ماندگار به سیستم اضافه می شود یا برای تنظیم حاشیه بهره و فاز

❑ اگر هر دو هدف را نتوان با یک بهره ثابت تامین کرد

- معمولا از یک جبران ساز پس فاز برای تامین خطای ماندگار مناسب و/یا
- از یک جبران ساز پیش فاز برای تامین حاشیه پایداری یا پهنای باند مورد نیاز استفاده می شود.

❑ اگر سیستم حلقه باز ناپایدار و یا غیر کمینه فاز باشد به منظور تحلیل پایداری نمودار بودی کافی نیست و از نمودار نایکویست نیز استفاده می شود.

❑ اگر سیستم حلقه باز دارای قطب ها و صفر های پایدار (در فرکانس بالا) باشد می توان ابتدا از یک جبران ساز اولیه برای حذف یا جایگزینی آنها استفاده نمود و سپس سایر جبران ساز ها را به کنترلگر اضافه نمود.

طراحی جبران ساز دینامیکی

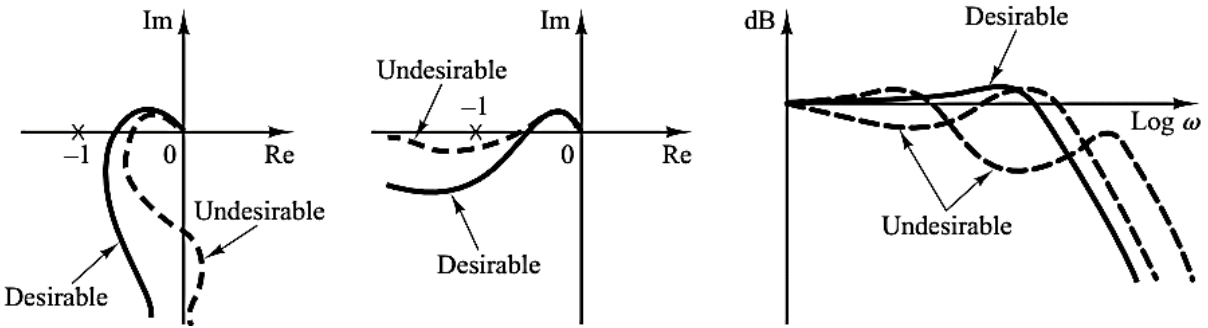
- **پاسخ فرکانسی سیستم حلقه باز مطلوب**

✓ رفتار مناسب یک مصالحه بین خطای ماندگار کم و حاشیه پایداری و سرعت مناسب است.

❑ بدین منظور بهره DC سیستم حلقه باز بایستی تا حد ممکن زیاد باشد (خطای ماندگار کم)

❑ شیب نمودار اندازه در نزدیکی فرکانس گذر بهره می بایست نزدیک $-20dB/decade$ باشد (قضیه بودی)

❑ حاشیه فاز به اندازه کافی بزرگ باشد (بین ۳۰ تا ۶۰ درجه)



طراحی جبران ساز دینامیکی

- **ویژگی های جبران سازهای پیش فاز و پس فاز**
  - ✓ جبران ساز پیش فاز (Lead)
    - ❑ رفتار گذرای سیستم حلقه بسته را به صورت قابل توجهی بهبود می بخشد.
    - ❑ تاثیر زیادی در بهبود خطای ماندگار سیستم ندارد.
    - ❑ تاثیر نویز اندازه گیری در پاسخ سیستم حلقه بسته را تشدید می کند.
  - ✓ جبران ساز پس فاز (Lag)
    - ❑ خطای ماندگار سیستم را به صورت قابل توجهی بهبود می دهد.
    - ❑ تاخیر زمانی زیادی در رفتار گذرای سیستم اعمال می کند.
  - ✓ جبران ساز پس فاز–پیش فاز (Lag-Lead)
    - ❑ ویژگی های مثبت هر دو جبران ساز را فراهم می نماید.

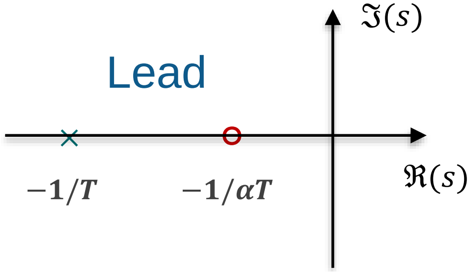
طراحی جبران ساز دینامیکی

- **ویژگی های جبران سازهای پیش فاز و پس فاز**

$$C(s) = K_c\left(\frac{\alpha Ts+1}{Ts+1}\right)$$

جبران ساز پیش فاز

صفر به مبدا نزدیکتراست.



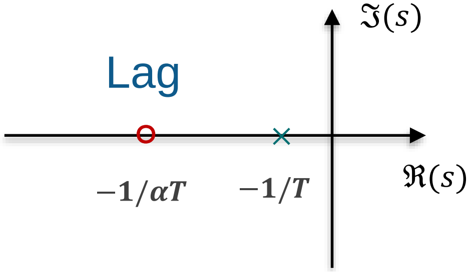
$\alpha > 1$

فاز مثبت به سیستم اضافه می کند.

بهره سیستم را در فرکانس های بالا به اندازه $K_c\alpha$ افزایش می دهد.

جبران ساز پس فاز

قطب به مبدا خیلی نزدیکتراست.



$\alpha < 1$

فاز منفی به سیستم اضافه می کند.

بهره سیستم را در فرکانس های پایین به اندازه K_c افزایش می دهد.

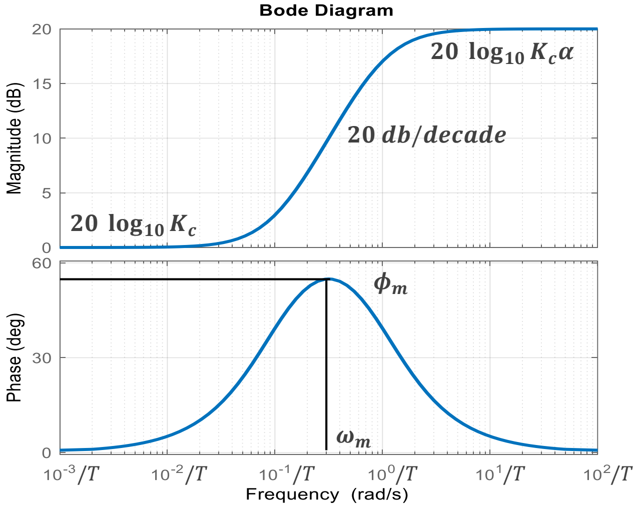
طراحی جبران ساز دینامیکی

- ویژگی های جبران سازهای پیش فاز و پس فاز

$$C(s) = K_c\left(\frac{\alpha Ts+1}{Ts+1}\right)$$

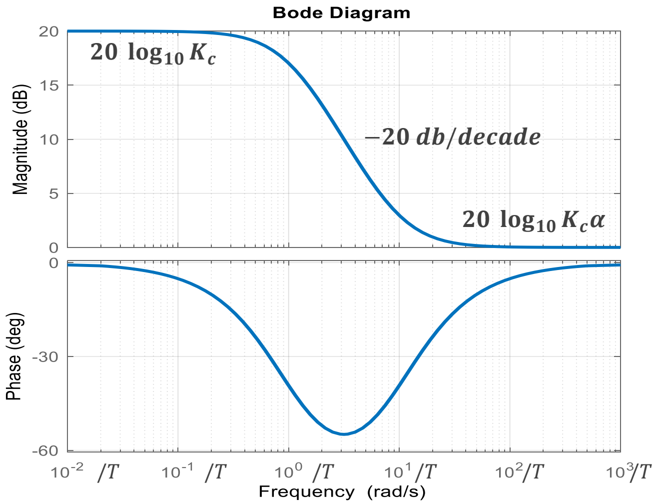
جبران ساز پیش فاز

پاسخ فرکانسی به ازای $K_c = T = 1, \alpha = 10$:



جبران ساز پس فاز

پاسخ فرکانسی به ازای $K_c = 10;\ T = 1, \alpha = 0.1$:

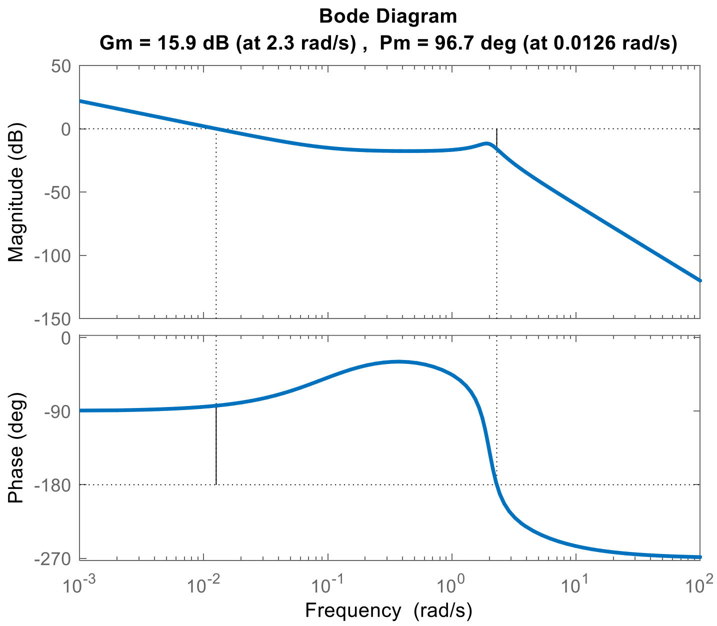


طراحی جبران ساز دینامیکی

• گام اول: طراحی کنترلگر بهره ثابت $C(s) = K$

✓ با استفاده از کنترلگر بهره ثابت در حلقه فیدبک

- ❑ فاز سیستم تغییر نمی کند اما بهره سیستم به میزان $K > 1$ تقویت (و یا $K < 1$ تضعیف) می شود.
- ❑ در نمودار بودی فاز تغییر نکرده ولی نمودار اندازه به ازای $K > 1$ به میزان $20\log_{10} K$ بالاتر می رود.
- ❑ فرکانس گذر بهره افزایش می یابد: سرعت سیستم افزایش می یابد.
- ❑ بهره DC سیستم افرایش می یابد: خطای ماندگار سیستم کم می شود.
- ❑ حاشیه فاز و بهره سیستم تغییر می کند.
- ❑ طراحی بهره مناسب مصالحه ای بین حاشیه پایداری و سرعت پاسخ یا میزان خطای ماندگار سیستم است.

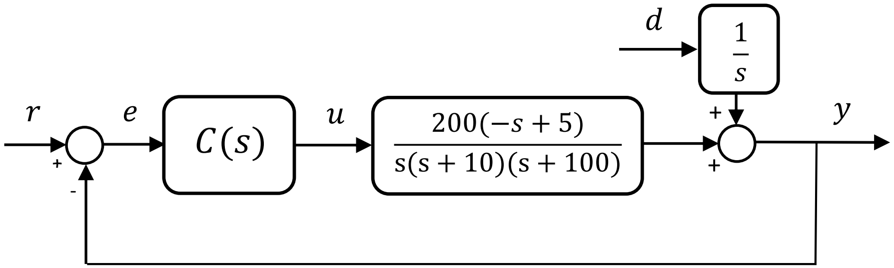


$$L(s) = \frac{K(s+0.1)}{s(s+2)(s^2+0.7s+4)}, K = 1$$

طراحی جبران ساز دینامیکی

• مثال طراحی

✓ سیستم غیر کمینه فاز زیر را در نظر بگیرید، که در آن اغتشاش در خروجی سیستم به آن اعمال می شود.



✓ کنترلگر بهره ثابت $C(s) = K$ به گونه ای طراحی کنید که حاشیه فاز سیستم حلقه بسته بزرگتر از 65° و حاشیه بهره سیستم بیش از $10dB$ گردد.

❑ نمودار بودی سیستم را ترسیم و حاشیه پایداری آنرا در حالت $K = 1$ تعیین می کنیم.

طراحی جبران ساز دینامیکی

• ادامه مثال طراحی

✓ نمودار بودی سیستم با $K = 1$

❑ حاشیه بهره $13.6\ dB$ و حاشیه فاز 72.1° بیش از مقدار مطلوب است پس می توان بهره بیشتر از یک به سیستم اعمال کرد.

❑ به منظور داشتن حاشیه فاز 65° بهره سیستم را در فرکانسی که زاویه آن برابر $-180+65=-115^\circ=245^\circ$ به دست می آوریم.

$$245^\circ @1.45 \to |L(j\omega)| = -2.96\ dB$$

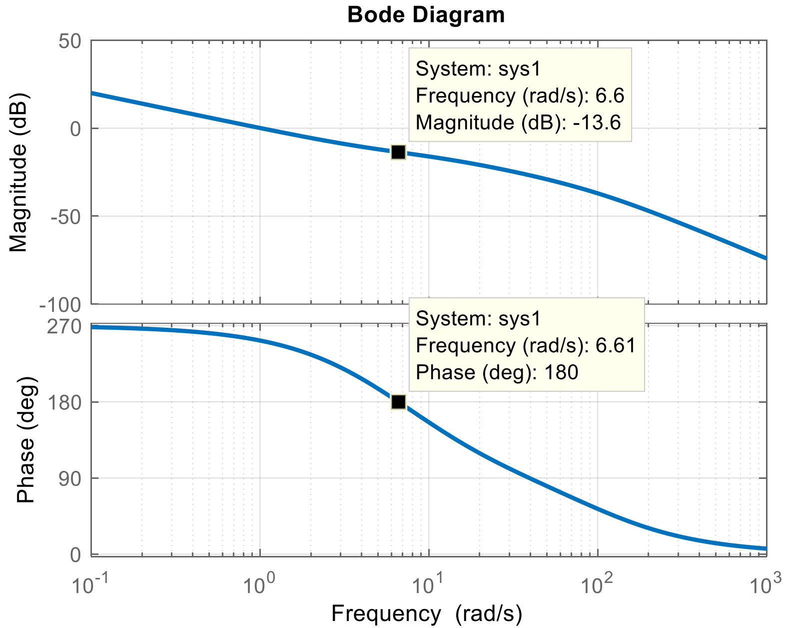
❑ بدین ترتیب $0 < K < 2.96dB = 1.4$

❑ به منظور داشتن حاشیه بهره $10dB$ بهره سیستم را در فرکانسی که فاز آن برابر -180° به دست می آوریم.

$$-180^\circ @6.61 \to |L(j\omega)| = -13.6\ dB$$

❑ بدین ترتیب $0 < K < 3.6dB = 1.53$

❑ بهره نهایی کنترل کننده $K = 2.96dB = 1.4$



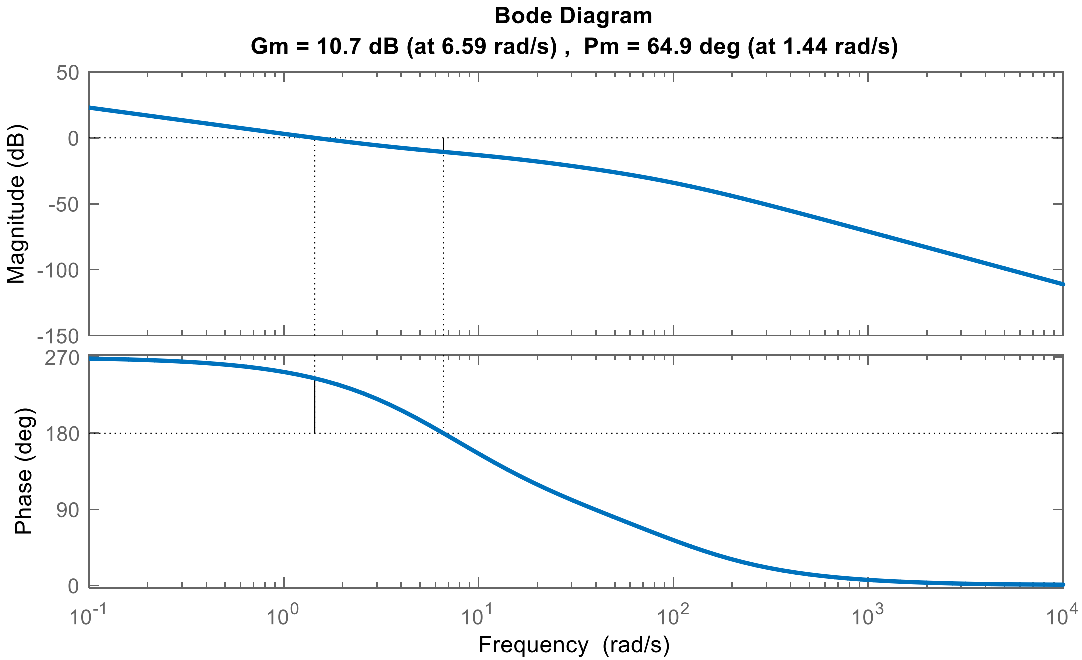
$$L(s) = \frac{K(-s+5)}{s(s+10)(s+100)}, K = 1$$

طراحی جبران ساز دینامیکی

• ادامه مثال طراحی

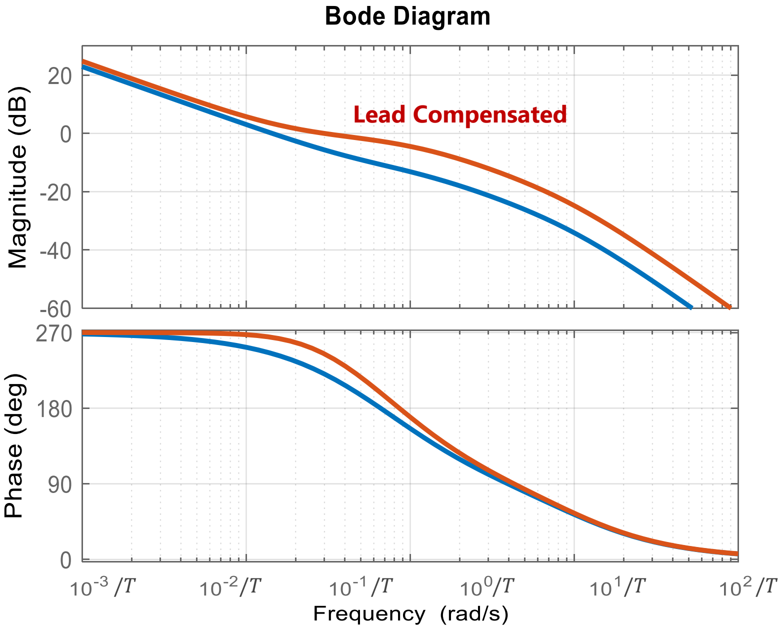
✓ نمودار بودی سیستم با $K = 1.4$

$$L(s) = \frac{K \cdot 200(-s+5)}{s(s+10)(s+100)}, K = 1.4$$



طراحی جبران ساز پیش فاز

• چرا جبران ساز پیش فاز



✓ جبران ساز پیش فاز می تواند برای اضافه کردن حاشیه فاز یا افزایش پهنای باند (سرعت پاسخ) اضافه شود.

✓ این جبران ساز شکل نمودار پاسخ فرکانسی را در فرکانس های میانی و نزدیک گذر بهره تغییر می دهد.

$$C(s) = K_c\left(\frac{\alpha Ts+1}{Ts+1}\right), \alpha > 1$$

✓ بدین ترتیب فرکانس گذر بهره را تا حدی افزایش می دهیم بدون اینکه حاشیه فاز تغییر کند.

طراحی جبران ساز پیش فاز

• چگونگی طراحی جبران ساز پیش فاز

✓ در جبران ساز پیش فاز سه پارامتر K_c, α, T باید طراحی شوند:

$$C(s) = K_c\left(\frac{\alpha Ts+1}{Ts+1}\right),\ \alpha > 1$$

✓ در طراحی بهینه مقدار بیشینه فاز، در فرکانس مورد نیاز به سیستم اضافه می شود.

✓ مقدار بیشینه فاز در جبران ساز پیش فاز را به دست آوربد:

$$\phi = \measuredangle C(j\omega) = \tan^{-1}\alpha\omega T - \tan^{-1}\omega T$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\alpha T}{1+(\alpha\omega T)^2} - \frac{T}{1+(\omega T)^2} = 0 \to \alpha T(1+(\omega T)^2) - T(1+(\alpha\omega T)^2) = 0$$

$$\to \alpha\omega^2T^3(1-\alpha) = T(1-\alpha) \to \alpha\omega^2T^2 = 1 \Rightarrow \boxed{\omega T = 1/\sqrt{\alpha}}$$

✓ بدین ترتیب فرکانسی که در آن فاز بیشینه می شود برابر است با

$$\omega_m = 1/T\sqrt{\alpha}$$

✓ در این فرکانس زاویه فاز بیشینه برابر است با

$$\phi_m = \sin^{-1}\frac{\alpha-1}{\alpha+1}$$

✓ در این فرکانس اندازه جبران ساز برابر است با

$$|C(j\omega_m)| = K_c\sqrt{\alpha}$$

✓ برای راحتی در طراحی بهره جبران ساز را نرمال می کنیم

$$C(s) = \frac{K_c}{\sqrt{\alpha}}\left(\frac{\alpha Ts+1}{Ts+1}\right) \to |C(j\omega_m)| = K_c$$

طراحی جبران ساز پیش فاز

• چگونگی طراحی جبران ساز پیش فاز

✓ مقدار فاز مورد نیاز ϕ_m، که بایستی در فرکانس گذر بهره مطلوب ω_{c_d} به سیستم اضافه شود را تعیین کنید.

✓ اندازه α از رابطه زیر به دست آورید:

$$\alpha = \frac{1+\sin\phi_m}{1-\sin\phi_m}$$

✓ با برابر قراردادن $\omega_m = \omega_{c_d}$ ثابت زمانی T را به دست آورید:

$$T = \frac{1}{\omega_m\sqrt{\alpha}}$$

✓ با توجه به اینکه $|C(j\omega_m)| = K_c$ بهره K_c را به گونه ای تنظیم کنید که $\omega_m = \omega_{c_d}$ فرکانس گذر بهره گردد. بدین منظور لازم است بهره سیستم برابر $|K_c L(j\omega_m)| = 0dB$ شود.

پس در نتیجه

$$K_c = -|L(j\omega_m)|dB$$

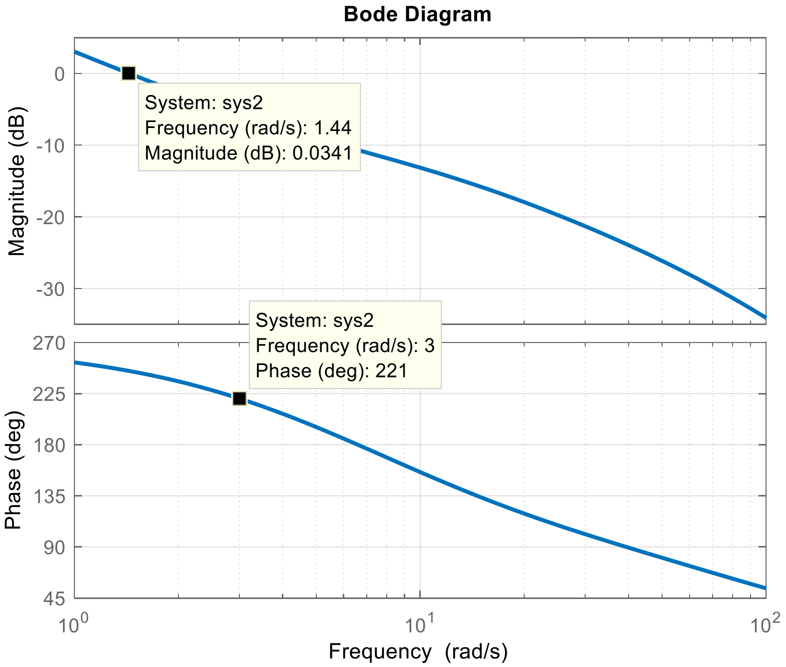
جبران ساز پیش فاز نهایی:

$$C(s) = \frac{K_c}{\sqrt{\alpha}}\left(\frac{\alpha Ts+1}{Ts+1}\right), \alpha > 1$$

• ادامه مثال طراحی

✓ جبران ساز پیش فازی به سیستم طراحی شده قبلی اضافه کنید که فرکانس گذر بهره را از 1.44 به $3rad/s$ افزایش دهد.

$$L(s)=\frac{K(-s+5)}{s(s+10)(s+100)},K=1.4$$



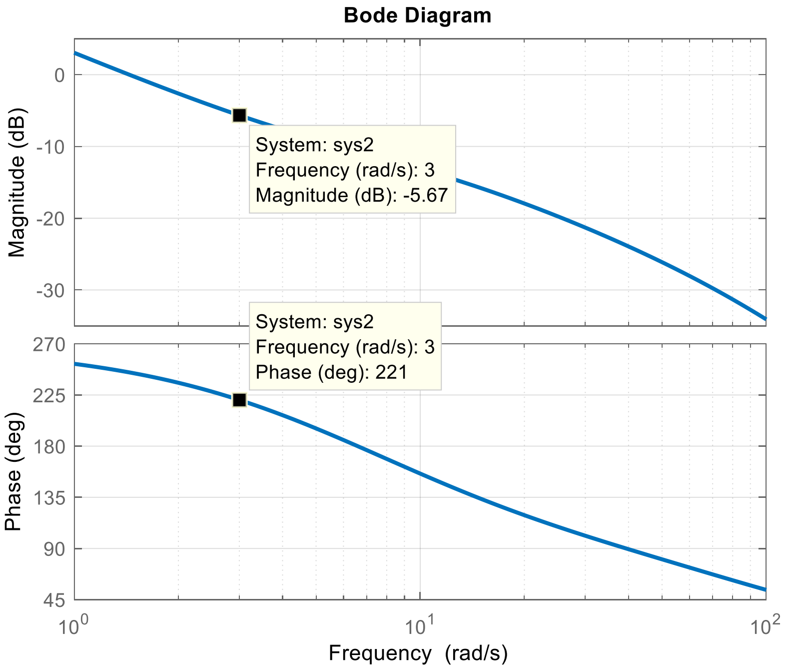
❑ نمودار بودی سیستم را رسم کرده و میزان فاز مورد نیاز در فرکانس 3 را به دست آورید. به منظور داشتن حاشیه فاز 65°:

$$-180+65=-115^\circ=245^\circ,\qquad \measuredangle L(j3)=221^\circ$$

$$\phi_m=245-221=24^\circ$$

طراحی جبران ساز پیش فاز

- ## ادامه مثال طراحی



❑ مقدار α را از رابطه زیر به دست آورید.

$$\alpha = \frac{1+\sin\phi_m}{1-\sin\phi_m} = 2.37$$

❑ مقدار T را از رابطه زیر به دست آورید.

$$T = \frac{1}{\omega_m\sqrt{\alpha}} = \frac{1}{3\sqrt{2.37}} = 0.22$$

❑ مقدار K_c را از اندازه بهره حلقه در فرکانس 3 به دست آورید.

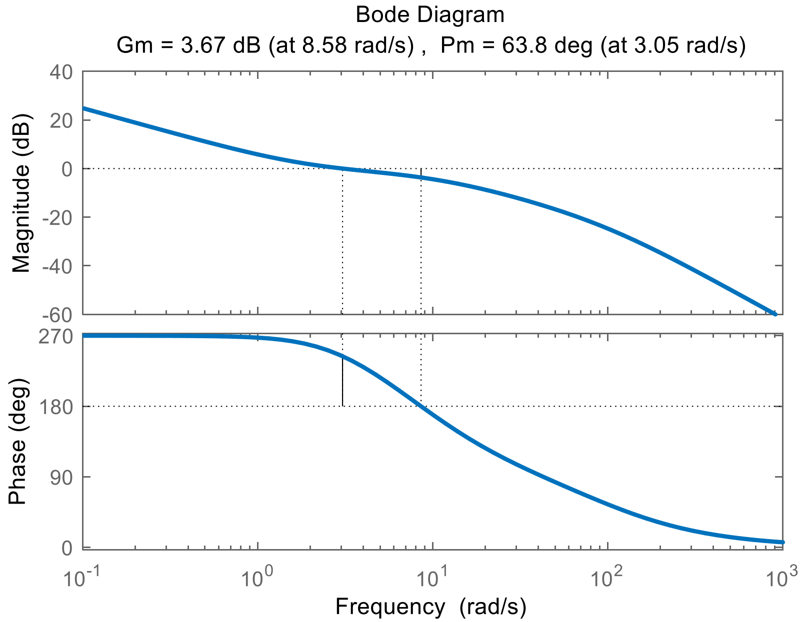
$$K_c = -|L(j3)|dB = 5.67\, dB = 1.92$$

❑ در نتیجه جبران ساز پیش فاز پیشنهادی عبارت است از:

$$C(s) = \frac{1.92}{\sqrt{2.37}}\frac{2.37\times 0.22s+1}{0.22s+1} = 1.25\frac{0.52s+1}{0.22s+1}$$

طراحی جبران ساز پیش فاز

$$L(s) = 1.75\frac{0.52s+1}{0.22s+1}\cdot\frac{200(-s+5)}{s(s+10)(s+100)}$$



• ادامه مثال طراحی

✓ نمودار بودی سیستم جبران سازی شده را ترسیم نمایید.

- ❑ حاشیه فاز و بهره را ملاحظه کنید.

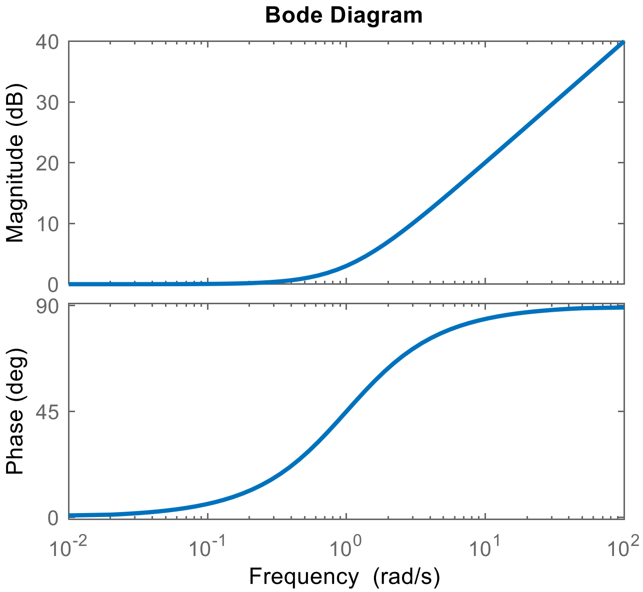
$$PM = 64^\circ \quad \text{But} \quad GM = 3.67dB$$

- ❑ به علت غیر کمینه فاز بودن سیستم طراحی آسان نیست
- ❑ اگر بخواهیم حاشیه بهره را اضافه کنیم بایستی بهره سیستم را کاهش دهیم.
- ❑ با کاهش بهره سیستم پهنای باند سیستم کاهش می یابد!
- ❑ در این طراحی این مصالحه را پذیرفته و به بهای داشتن حاشیه پایداری کمتر سرعت پاسخ را ترجیح می دهیم.

طراحی جبران ساز PD

• چگونگی طراحی جبران ساز PD

$$C(s) = K_c(Ts + 1)$$



- ✓ جبران ساز PD دارای یک صفر کمینه فاز و بدون قطب است.
- ✓ می توان آنرا حالت حدی جبران ساز پیش فاز در نظر گرفت که در آن T به سمت صفر میل کرده و αT محدود باقی می ماند.
- ✓ این جبران ساز علی نیست و به صورت ایده آل قابل پیاده سازی نیست، مگر اینکه سیگنال خروجی و مشتق آن هر دو اندازه گیری شوند.
- ✓ بنابر این در پیاده سازی عملی بیشتر اوقات از کنترل کننده پیش فاز استفاده می شود.
- ✓ فاز اضافه شده در جبران ساز PD تا ۹۰ درجه اضافه شده و بیشتر از جبران ساز پیش فاز است.
- ✓ بهره این جبران ساز نیز با افزایش فرکانس با شیب $20dB/decade$ افزایش می یابد.

طراحی جبران ساز PD

• چگونگی طراحی جبران ساز PD

✓ فاز جبران ساز در فرکانس های مختلف برابر است با: $\measuredangle C(j\omega) = \tan^{-1}\omega T$

✓ مقدار فاز مورد نیاز ϕ_{c_d}، که بایستی در فرکانس گذر بهره مطلوب ω_{c_d} به سیستم اضافه شود را تعیین کنید.

✓ ثابت زمانی T را با توجه به فاز مورد نیاز تعیین کنید: $T = \frac{1}{\omega_{c_d}}\tan\phi_{c_d}$

✓ بهره K_c را به گونه ای تنظیم کنید که در ω_{c_d} فرکانس گذر بهره $|K_c L(j\omega_{c_d})| = 0dB$ شود.

✓ برای راحتی در طراحی بهره جبران ساز را نرمال می کنیم:

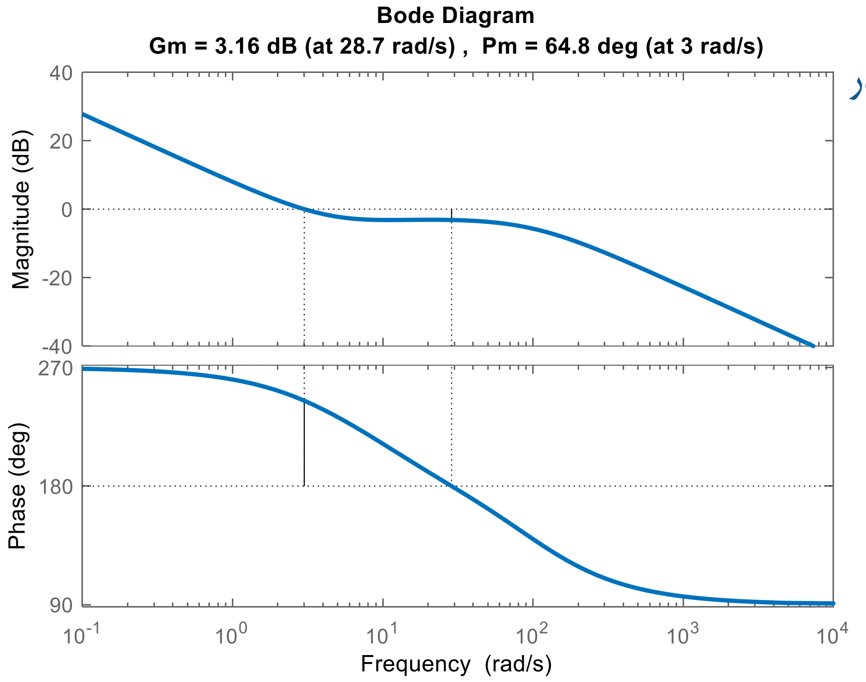
$$C(s) = \frac{K_c}{\left(\omega_{c_d}^2 T^2 + 1\right)^{1/2}}(Ts+1) \rightarrow |C(j\omega_{c_d})| = K_c$$

پس در نتیجه بهره جبران ساز را ازاین رابطه به دست آورید. $K_c = -|L(j\omega_{c_d})|dB$

جبران ساز PD نهایی: $C(s) = \frac{K_c}{\left(\omega_{c_d}^2 T^2+1\right)^{1/2}}(Ts+1)$

طراحی جبران ساز PD

• ادامه مثال طراحی



✓ با توجه به طراحی جبران ساز پیش فاز زاویه فاز مورد نیاز در فرکانس گذر بهره مطلوب $\omega_{c_d} = 3$ برابر $\phi_d = 24^\circ$ است.

❑ پس مقدار T برابر است با: $T = \frac{1}{3}\tan 24^\circ = 0.15$

❑ مقدار K_c نیز همانند قبل برابر است با:

$$K_c = -|L(j3)|dB = 5.67\ dB = 1.92$$

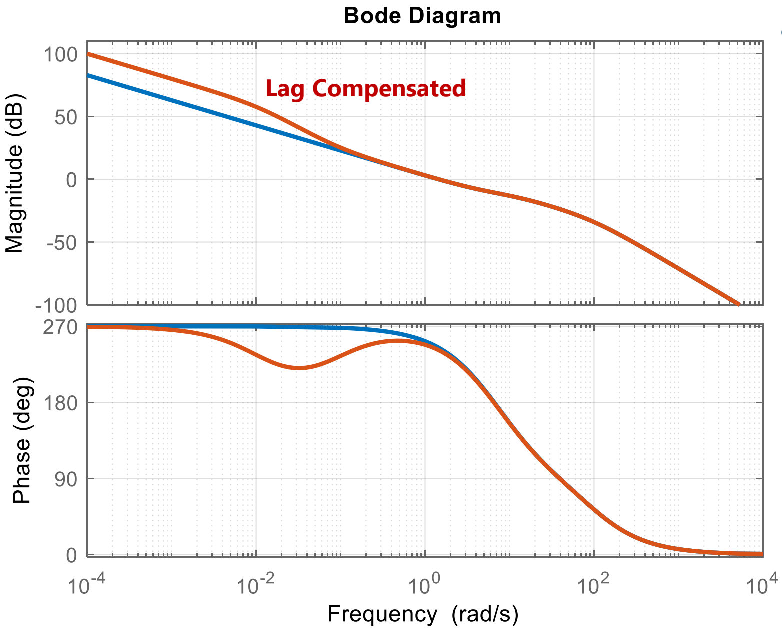
❑ جبران ساز نهایی برابر است با:

$$C(s) = 1.75(0.15s + 1)$$

✓ حاشیه پایداری را با استفاده از نمودار بودی تعیین و بررسی کنید.

طراحی جبران ساز پس فاز

• چرا جبران ساز پس فاز



✓ جبران ساز پس فاز می تواند برای افزودن بهره حلقه در فرکانس های پایین به منظور کاهش خطای ماندگار سیستم اضافه شود.

✓ این جبران ساز شکل نمودار پاسخ فرکانسی را در فرکانس های نزدیک صفر و قبل از گذر بهره تغییر می دهد.

$$C(s) = K_c\left(\frac{\alpha Ts+1}{Ts+1}\right), \alpha < 1$$

✓ بدین ترتیب بهره DC را تا حدی افزایش می دهیم که نیازمندی خطای ماندگار مرتفع شود بدون اینکه فرکانس گذر بهره و ویژگی های حاشیه پایداری تغییر کند.

طراحی جبران ساز پس فاز

- **چگونگی طراحی جبران ساز پس فاز**

✓ با استفاده از قضیه مقدار ماندگار یا از روی ثابت های موقعیت، سرعت یا شتاب سیستم، بهره DC مورد نیاز سیستم حلقه باز را تعیین کنید.

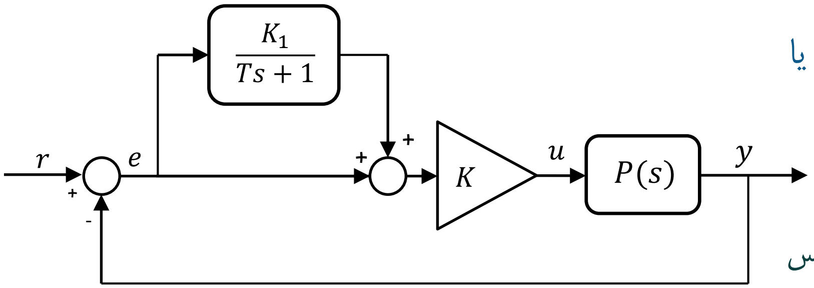
❑ اگر این بهره را مستقیما توسط جبران ساز بهره ثابت می توانید به سیستم اعمال کنید و حاشیه پایداری مطلوب را تضمین کنید نیازی به جبران ساز پس فاز ندارید.

❑ اگر بهره مورد نیاز بی نهایت باشد بایستی از جبران ساز PI استفاده کنید.

✓ یک تابع تبدیل پس فاز درجه یک به صورت موازی به سیستم حلقه بسته اضافه کنید.

✓ تابع تبدیل جبران ساز را به دست آورید و به فرم استاندارد تبدیل کنید.

❑ توجه کنید که با در نظر گرفتن $\alpha = \frac{1}{K_c}$ بهره جبران ساز در فرکانس های بالا برابر یک خواهد شد.



$$C(s) = 1 + \frac{K_1}{Ts+1} = \frac{Ts + (K_1 + 1)}{Ts+1}$$

$$C(s) = (1 + K_1)\frac{T/(K_1+1)s + 1}{Ts+1}$$

با فرض $\alpha = \frac{1}{K_c} < 1 \quad K_c = 1 + K_1, > 1$

$$C(s) = K_c\left(\frac{\alpha Ts + 1}{Ts+1}\right)$$

طراحی جبران ساز پس فاز

- **چگونگی طراحی جبران ساز پس فاز**

✓ مقدار K_c را برابر بهره مطلوب مورد نیاز قرار دهید و K_1 را تعیین کنید.

$K_1 = K_c - 1$

✓ به منظور حفظ حاشیه پایداری بهره سیستم در فرکانس گذر بهره نبایستی تغییر کند.

- با در نظر گرفتن $\alpha = \frac{1}{K_c}$ بهره جبران ساز در فرکانس های بالا برابر یک خواهد شد.
- محل صفر جبران ساز پس فاز بایستی هشت تا ده برابر کوچکتر از فرکانس گذر بهره باشد.
- همچنین

$$|C(j\omega_c)| \cong 0dB \rightarrow \left|\frac{K_1}{j\omega_c T + 1}\right| = \frac{K_1}{\sqrt{(\omega_c T)^2 + 1}} = \epsilon \ll 1$$

✓ مقدار ϵ را عددی کوچک در نظر بگیرید.

$\epsilon = 0.1 \; to \; 0.01$

- اعداد خیلی کوچک مناسب نیست چرا که کندی زیادی در پاسخ گذرای سیستم ایجاد می کند.

✓ در نتیجه مقدار T را از رابطه زیر به دست آورید.

$$T = \frac{1}{\omega_c}\sqrt{\left(\frac{K_1}{\epsilon}\right)^2 - 1}$$

✓ جبران ساز نهایی:

$$C(s) = K_c\left(\frac{\alpha Ts+1}{Ts+1}\right), \quad K_c = 1 + K_1, > 1 \quad \alpha = \frac{1}{K_c} < 1$$

✓ حاشیه پایداری سیستم را بررسی نموده و بهره K_c را تنظیم نمایید.

طراحی جبران ساز پس فاز

- **ادامه مثال طراحی**

✓ جبران سازی طراحی نموده که خطای ماندگار به ورودی اغتشاش پله واحد را به میزان ۱۰٪ تضعیف نماید و فرکانس گذر بهره 3 و حاشیه فاز و بهره قبلی را تغییر ندهد.

$$L(s) = 1.75\frac{0.52s+1}{0.22s+1}\frac{200(-s+5)}{s(s+10)(s+100)} \rightarrow PM = 64^{\circ} \quad \& \quad GM = 3.67dB$$

✓ ابتدا بهره DC لازم برای ارضای شرایط خطای ماندگار را تعیین می کنیم. (با استفاده از ثابت سرعت نیز می توان این کار را انجام داد)

$$\frac{y(s)}{d(s)} = \frac{1}{s}S(s) = \frac{1}{s\big(1+C(s)P(s)\big)}, d(s) = \frac{1}{s} \rightarrow y(s) = \frac{1}{s^2\big(1+C(s)P(s)\big)}$$

$$y_{ss} = \lim_{s\to 0} sy(s) = \lim_{s\to 0}\frac{1}{s\big(1+C(s)P(s)\big)} = \lim_{s\to 0}\frac{1}{0+1.75\times\frac{5\times 200}{1000}} = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{1.75} < \frac{1}{10}$$

✓ بهره DC مورد نیاز به اندازه کافی نیست و لازم است بهره $K_c = \frac{10}{1.75} = 5.72$ به سیستم اضافه شود: $K_1 = K_c - 1 = 4.72$

✓ با فرض $\epsilon = 0.05$ مقدار T را از رابطه زیر به دست آورید. $T = \frac{1}{\omega_c}\sqrt{\left(\frac{K_1}{\epsilon}\right)^2 - 1} = \frac{1}{3}\sqrt{\left(\frac{4.72}{0.05}\right)^2 - 1} = 31.5$

✓ مقدار α را نیز برابر $\alpha = 1/K_c = 0.175$ است. بدین ترتیب جبران ساز پس فاز نهایی برابر است با

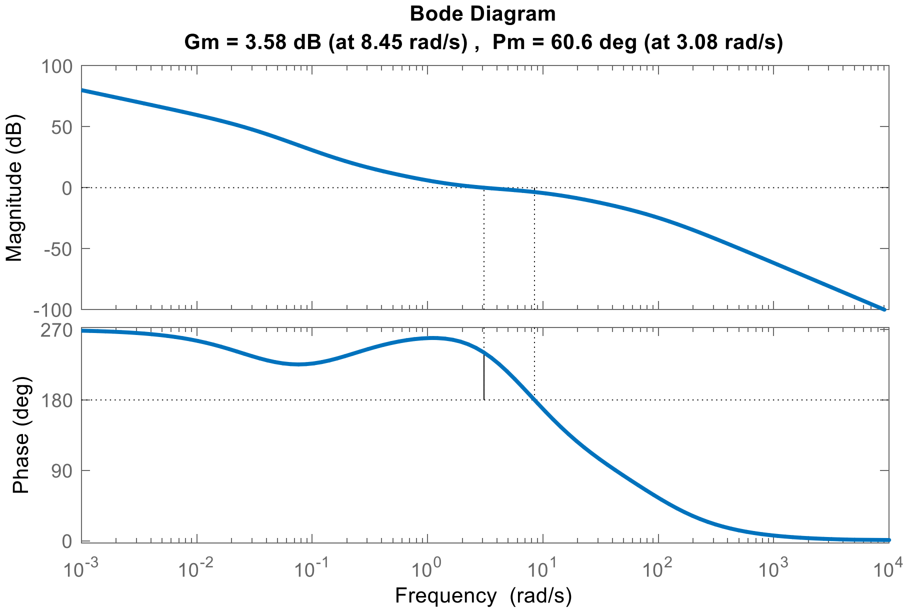
$$C(s) = C(s) = K_c\left(\frac{\alpha Ts+1}{Ts+1}\right) = 5.72\left(\frac{5.52s+1}{31.5s+1}\right)$$

طراحی جبران ساز پس فاز

- **ادامه مثال طراحی**

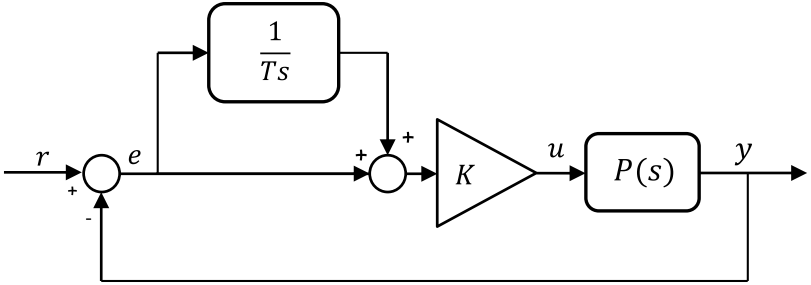
✓ حاشیه فاز سیستم حلقه بسته را بررسی کنید.

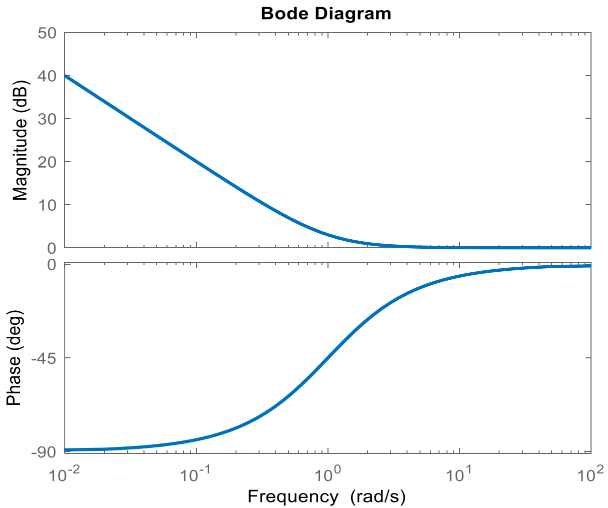
❑ حاشیه فاز و بهره و فرکانس گذر بهره تغییر نکرده اند.



$$L(s) = 10\left(\frac{5.52s+1}{31.5s+1}\right)\left(\frac{0.52s+1}{0.22s+1}\right)\frac{200(-s+5)}{s(s+10)(s+100)}$$

طراحی جبران ساز PI





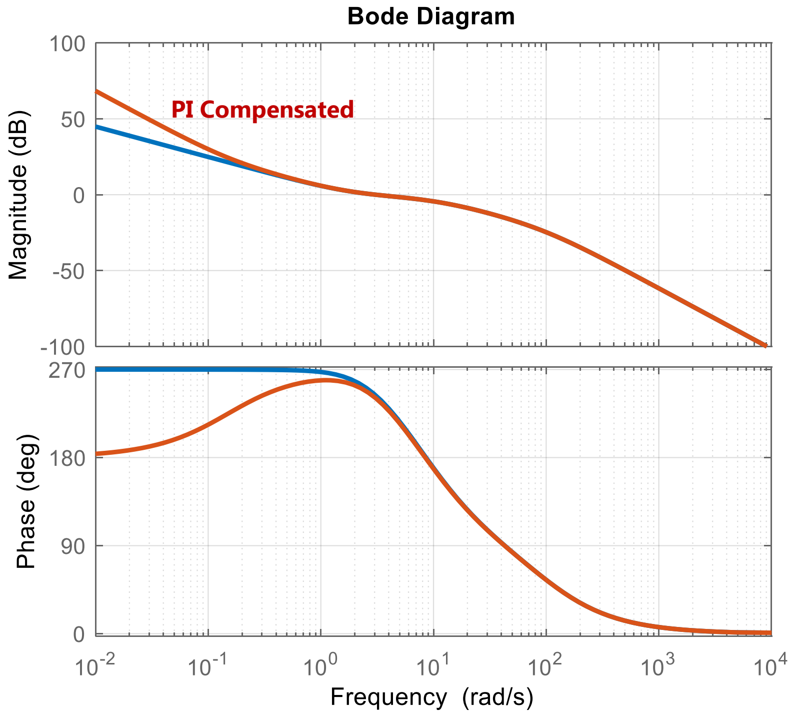
- ## چگونگی طراحی جبران ساز PI
  - ✓ در جبران ساز PI از یک انتگرالگیر استفاده می شود.

$$C(s) = K\left(1 + \frac{1}{Ts}\right)$$

  - ✓ می توان آنرا حالت حدی جبران ساز پس فاز در نظر گرفت که در آن T به سمت بی نهایت میل کرده و $\frac{K}{T}$ محدود باقی می ماند.
  - ✓ فاز کاهش یافته در جبران ساز PI تا -90° می رسد و بیش از جبران ساز پس فاز است.
  - ✓ بهره این جبران ساز در فرکانس صفر بی نهایت و این بهره با شیب $-20dB/decade$ کاهش می یابد.

طراحی جبران ساز پس فاز

- ## چگونگی طراحی جبران ساز PI



✓ در جبران ساز PI نوع سیستم یک مرتبه افزایش می یابد و خطای ماندگار کاهش می یابد.

✓ هزینه آن کندی پاسخ در حالت گذرا است.

✓ با توجه به اینکه بهره زیادی به سیستم تزریق می شود در طراحی کافی است $1 \ll \epsilon = \frac{1}{\omega_c T}$ باشد.

✓ مقدار ϵ را بین 0.1 تا 0.01 در نظر گرفته و ثابت زمانی T را از این رابطه به دست آورید

$$T = \frac{1}{\omega_c \epsilon}$$

✓ حاشیه پایداری سیستم را بررسی نموده و بهره K را تنظیم نمایید.

طراحی جبران ساز PI

- **ادامه مثال طراحی**

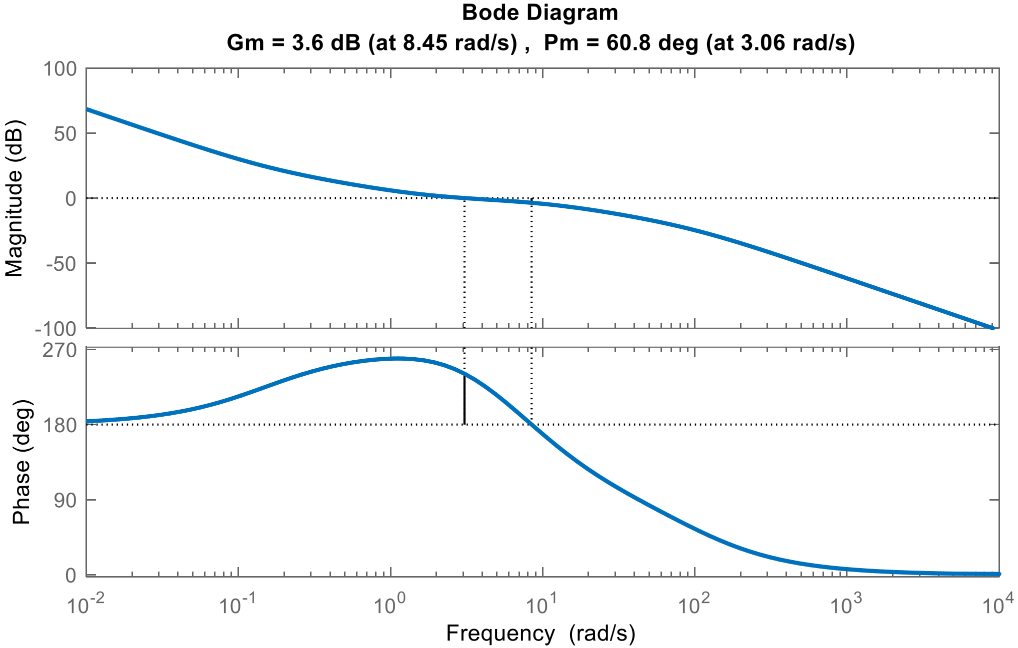
✓ مقدار ϵ را برابر 0.05 در نظر گرفته و برای سیستم جبران سازی شده پیش فاز و فرکانس گذر بهره 3 ثابت زمانی T را به دست آورید

$$T = \frac{1}{\omega_c \epsilon} = \frac{1}{3\times 0.05} = 6.67$$

✓ جبران ساز PI نهایی برابر است با

$$C(s) = \left(1 + \frac{1}{6.67s}\right)$$

✓ حاشیه پایداری سیستم را بررسی نموده و مشاهده می شود تغییری نکرده است.



$$L(s) = 1.75\left(1 + \frac{1}{6.67s}\right)\left(\frac{0.52s+1}{0.22s+1}\right)\frac{200(-s+5)}{s(s+10)(s+100)}$$

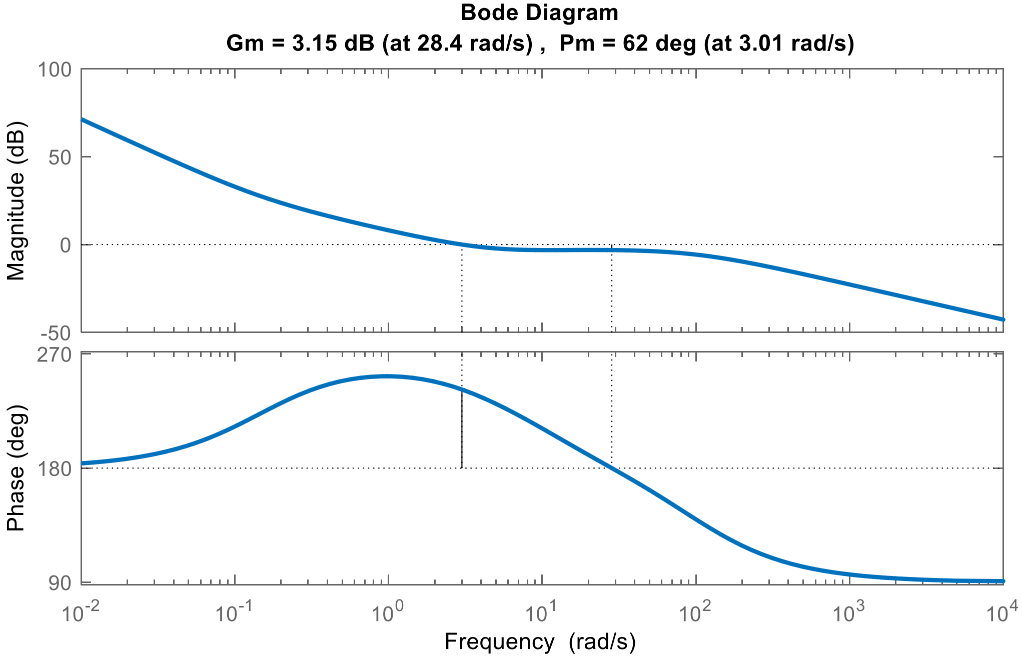
طراحی جبران ساز PID

- **ادامه مثال طراحی**
  - ✓ اگر جبران ساز PI طراحی شده

$$C(s) = \left(1 + \frac{1}{6.67s}\right)$$

را بر روی سیستم جبران سازی شده PD اعمال کنیم. کنترل کننده متداول PID حاصل می شود.

  - ✓ حاشیه پایداری سیستم را بررسی نموده و مشاهده می شود تغییری نکرده است.



$$L(s) = 1.75\left(1 + \frac{1}{6.67s}\right)(0.15s + 1)\frac{200(-s + 5)}{s(s + 10)(s + 100)}$$

مقایسه جبران سازهای طراحی شده

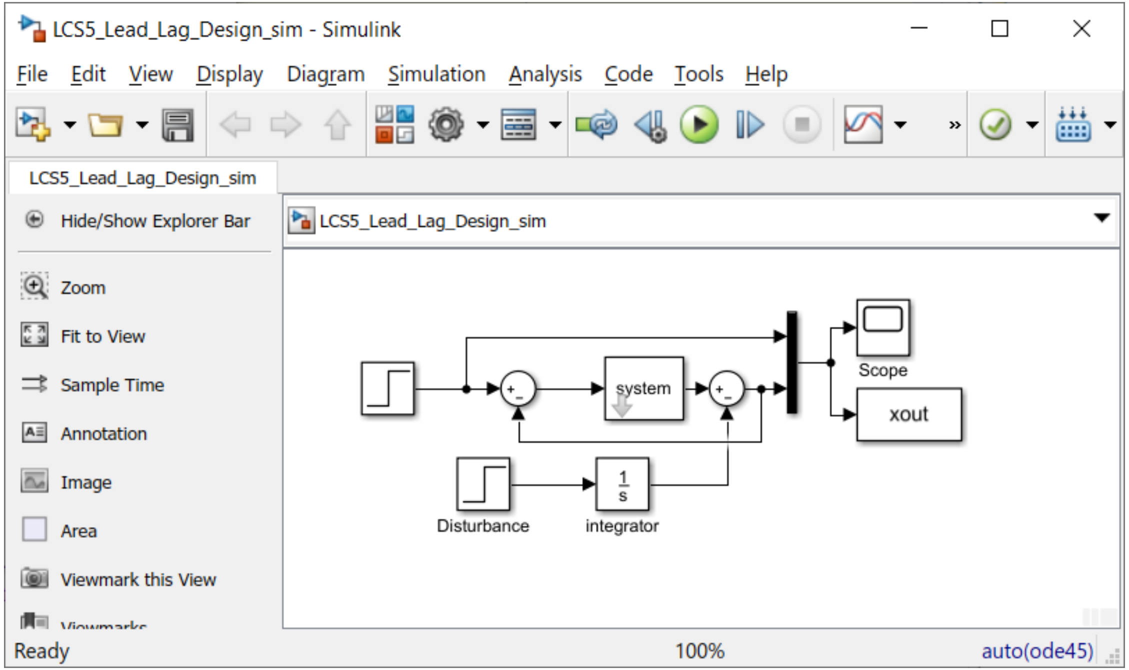
- **مقایسه زمانی**

✓ به منظور شبیه سازی پاسخ پله سیستم های مختلف مدل سیمولینک مقابل را تولید کنید.

❑ سیستم های مختلف طراحی شده را جایگزین بلوک system کنید.

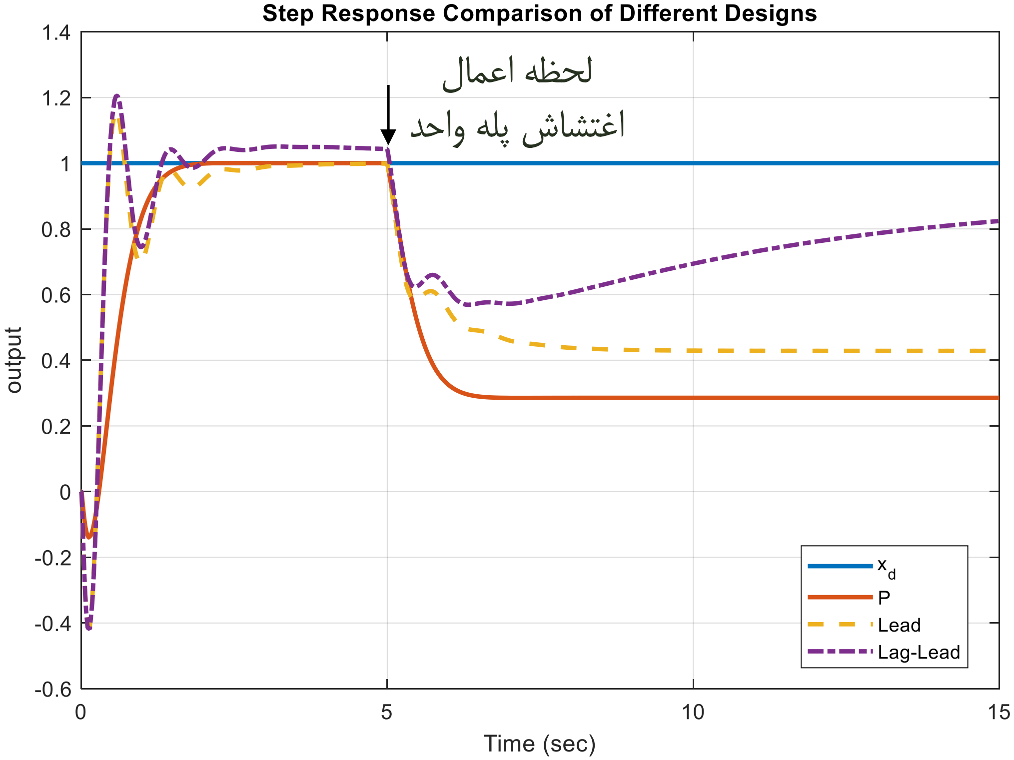
❑ ورودی مرجع پله واحد

❑ ورودی اغتشاش پله واحد در زمان ۵ ثانیه



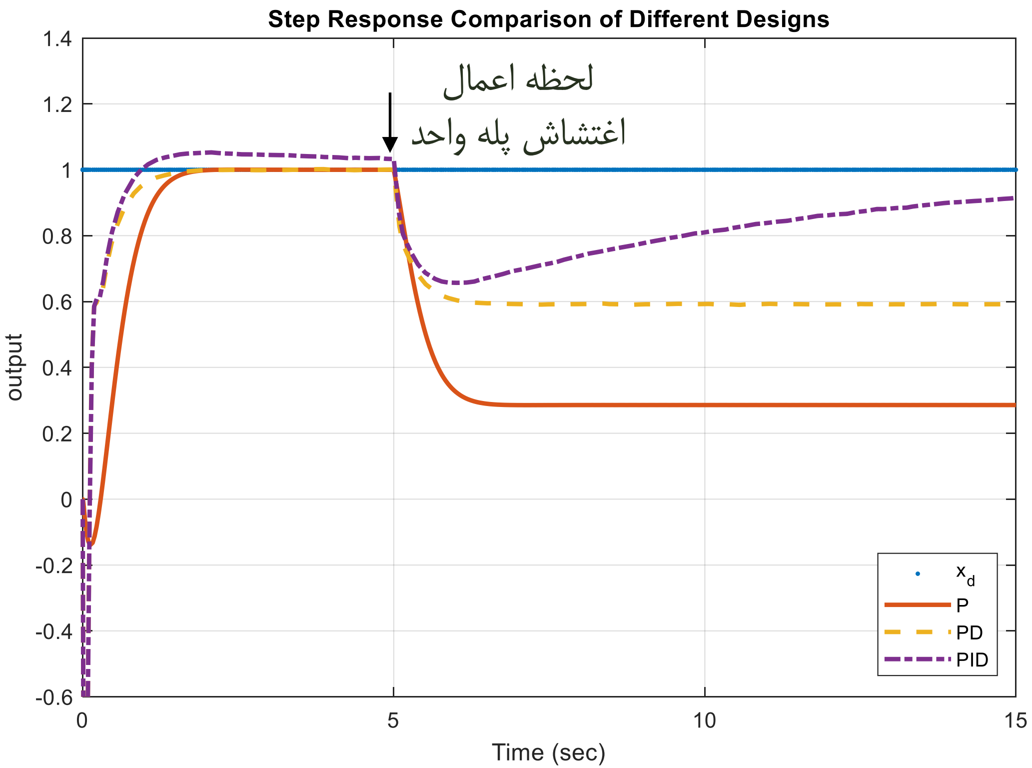
کد متلب LCS5_Lead_Lag_Design_sim.slx

مقایسه جبران سازهای طراحی شده



- **مقایسه زمانی**
  - ✓ پاسخ پله سیستم های زیر را شبیه سازی و ترسیم کنید
    - ❑ سیستم حلقه بسته با بهره ثابت
    - ❑ سیستم حلقه بسته با جبران ساز پیش فاز
    - ❑ سیستم حلقه بسته با جبران ساز پیش فاز–پس فاز
  - ✓ کلیه پاسخها فروجهش دارند
  - ✓ پاسخ سیستم اول بسیار هموار و بدون نوسانات ولی با کندی بیشتر و عدم توانایی رفع اغتشاش
  - ✓ پاسخ سیستم بسیار سریعتر ولی با نوسانات و عدم توانایی رفع اغتشاش
  - ✓ پاسخ سیستم سوم تند و با رفع اغتشاش پله (با کندی ولی به درستی)

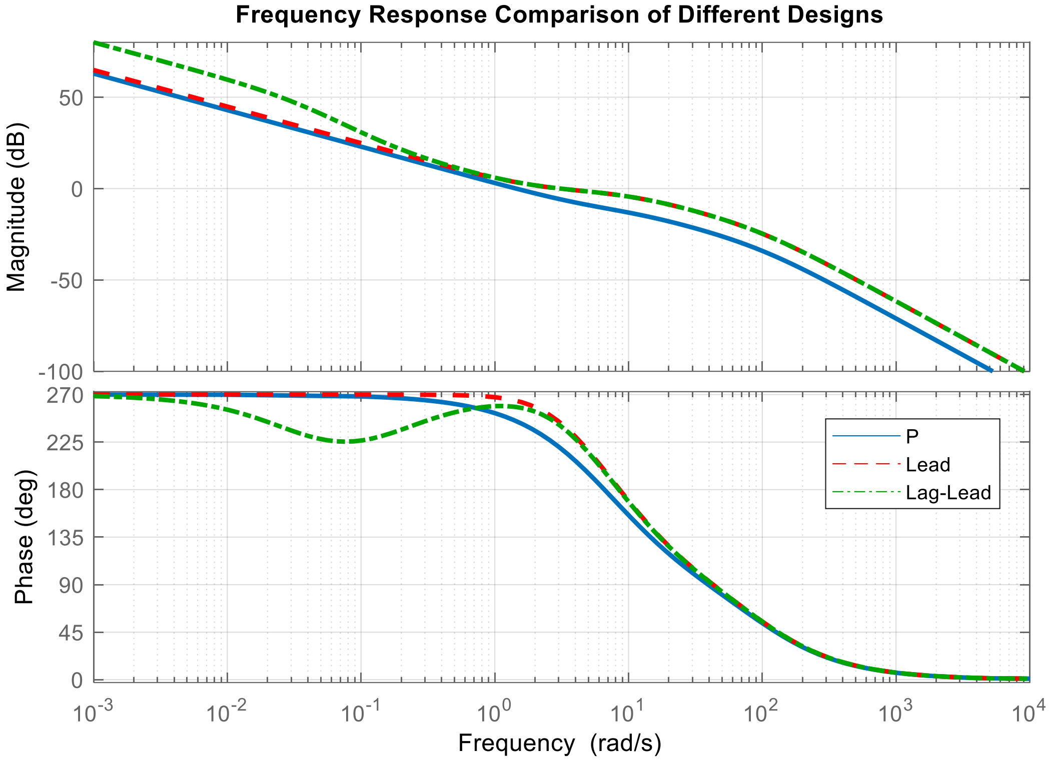
مقایسه جبران سازهای طراحی شده



- **مقایسه زمانی**
  - ✓ پاسخ پله سیستم های زیر را شبیه سازی و ترسیم کنید
    - ❑ سیستم حلقه بسته با بهره ثابت
    - ❑ سیستم حلقه بسته با جبران ساز PD
    - ❑ سیستم حلقه بسته با جبران ساز PID
  - ✓ کلیه پاسخها فروجهش دارند
  - ✓ پاسخ سیستم اول بسیار هموار و بدون نوسانات ولی با کندی بیشتر و عدم توانایی رفع اغتشاش
  - ✓ پاسخ سیستم دوم بسیار سریعتر و هموار ولی با فروجهش زیاد و عدم توانایی رفع اغتشاش
  - ✓ پاسخ سیستم سوم سریع و هموار ولی با فروجهش بسیار زیاد و رفع اغتشاش به کندی ولی به صورت کامل

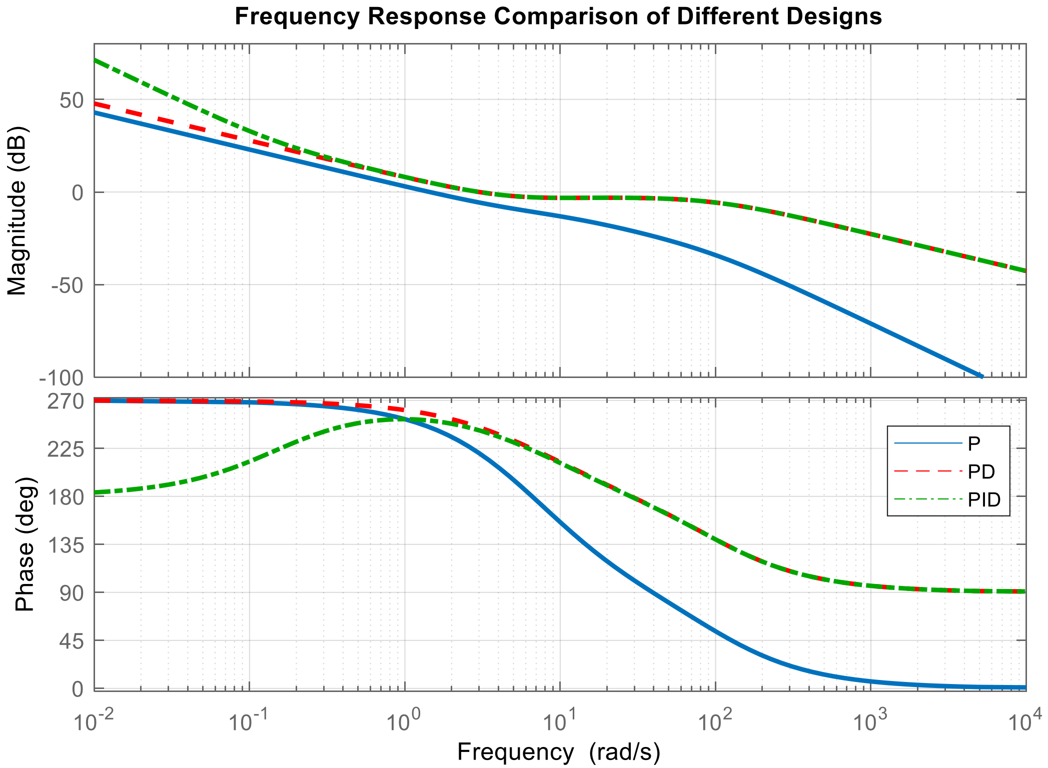
مقایسه جبران سازهای طراحی شده

• مقایسه فرکانسی



- ✓ نمودار بودی سیستم های زیر را ترسیم کنید
  - ❑ سیستم حلقه بسته با بهره ثابت
  - ❑ سیستم حلقه بسته با جبران ساز پیش فاز
  - ❑ سیستم حلقه بسته با جبران ساز پیش-فاز-پس فاز
- ✓ پاسخ فرکانسی سیستم با جبران ساز پیش فاز دارای پهنای باند بیشتر کمی بهره بیشتر کمی فاز بیشتر در فرکانس های میانی و حاشیه پایداری مناسب.
- ✓ پاسخ فرکانسی سیستم با جبران ساز پیش فاز-پس فاز دارای مشخصات یکسان فرکانسی در فرکانس های بالا ولی بهره بیشتر به همراه فاز کمتر در فرکانس پایین

مقایسه جبران سازهای طراحی شده



- **مقایسه فرکانسی**
  - ✓ نمودار بودی سیستم های زیر را ترسیم کنید
    - ❑ سیستم حلقه بسته با بهره ثابت
    - ❑ سیستم حلقه بسته با جبران ساز PD
    - ❑ سیستم حلقه بسته با جبران ساز PID
  - ✓ پاسخ فرکانسی سیستم با جبران ساز PDدارای پهنای باند بیشتر کمی بهره بیشتر و فاز بیشتر در فرکانس های بالا و حاشیه پایداری مناسب.
  - ✓ پاسخ فرکانسی سیستم با جبران ساز PID مشخصات یکسان فرکانسی در فرکانس های بالا ولی بهره بینهایت به همراه ۹۰ درجه فاز کمتر در فرکانس پایین

مقایسه جبران سازهای طراحی شده

- کد متلب طراحی و مقایسه زمانی و فرکانسی

```
%%   Chapter 5 Comprehensive Example
clear all, clc, cla
%   System definition
s=zpk('s');
sys1=200*(-s+5)/(s*(s+10)*(s+100));
margin(sys1),
w=logspace(-1,3,1000);
bode(sys1,w)
sys2=1.4*sys1;
margin(sys2)
bode(sys2,w),grid
system=sys2;
run('LCS5_Lead_Lag_Design_sim.slx');
echo on
%  Run the simulink script any
%  then press any key to continue
pause
echo off
tp=xout.Time;
xd=xout.Data(:,1);
xp=xout.Data(:,2)
```

```
% lead design
lead=1.25*(0.52*s+1)/(0.22*s+1);
sys3=sys2*lead;
margin(sys3)

% PD design
PD=1.75*(0.15*s+1);
sys4=sys2*PD;
margin(sys4)
% Lag design
lag=5.72*(5.52*s+1)/(31.5*s+1);
sys5=sys3*lag;
margin(sys5)
% PI Design
T=1/3/0.05;
PI=(1+1/T/s);
% PID
sys7=sys4*PI;
margin(sys7)
system=sys7;
```

```
figure(1)
plot(tp,xd,'.', tp,xp,'-', tpd,xpd,'--', tpid,xpid,'-.'),grid
set(findall(figure(1),'type','line'),'linewidth',2)
xlabel('Time (sec)')
ylabel('output')
title('Step Response Comparison of Different Designs')
legend('location','best','x_d','P','PD','PID')

figure(2)
plot(tp,xd'.', tp,xp,'-', tlead,xlead,'--', tlag,xlag,'-.'),grid
  set(findall(figure(2),'type','line'),'linewidth',2)
xlabel('Time (sec)')
ylabel('output')
title('Step Response Comparison of Different Designs')
legend('location','best','x_d','P','Lead','Lag-Lead')

figure(1)
bode(sys2,sys3,'r--',sys5,'g-.')
set(findall(figure(1),'type','line'),'linewidth',2)
title('Frequency Response Comparison of Different Designs')
legend('location','best','P','Lead','Lag-Lead')
grid on

figure(2)
bode(sys2,sys4,'r--',sys7,'g-.')
set(findall(figure(2),'type','line'),'linewidth',2)
title('Frequency Response Comparison of Different Designs')
legend('location','best','P','PD','PID')
grid on
```

کد متلب LCS5_Comp_example.m

عناوین فصل

مشخصات فرکانسی

۱ انگیزه، تشدید بیشینه M_r، پهنای باند، فرکانس گذر بهره، فرکانس گذر فاز، نرخ شکست، مشخصات فرکانسی سیستم مرتبه دو، مثال های کاربردی.

پایداری نسبی

۲ انگیزه، تعریف کیفی و کمی پایداری نسبی، حاشیه بهره، فرکانس گذر فاز، حاشیه فاز، فرکانس گذر بهره، تعیین همزمان حاشیه بهره و فاز با نمودار بودی، حاشیه فاز و بهره مثبت و منفی، تحلیل فرکانسی با نمودار نیکولز، کانتور های نمودار نیکولز، مثال های کاربردی.

طراحی جبران ساز در حوزه فرکانس

۳ چرا جبران ساز؟ رفتار مطلوب در حوزه فرکانس، ویژگی های جبران ساز های پیش فار، پس فاز و پیش فاز-پس فاز، طراحی گام به گام جبران ساز پیش فاز، PD، پس فاز، PI، پیش فاز-پس فاز و PID، طراحی نمونه بر روی سیستم غیر کمینه فاز، ارزیابی رفتار زمانی و فرکانسی.

طراحی کنترلگر با تابع تبدیل مساسیت

۴ انگیزه، تابع تبدیل حساسیت و متمم آن، توابع مطلوب، چگونگی طراحی کنترلگر، کنترلگر سره و علّی، قضیه پایداری (شرایط درون یابی)، چگونگی طراحی یک سیستم پیچیده، سیستم ناپایدار، سیستم غیر کمینه فاز و سیستم ناپایدار و غیر کمینه فاز، مثال های کاربردی.

در این فصل طراحی جبران ساز ها و کنترلگرهای خطی در حوزه فرکانس مورد بررسی قرار می گیرد. در ابتدا مشخصات فرکانسی سیستم های کنترل خطی به خصوص سیستم های مرتبه دوم مورد ملاحظه قرار گرفته و مشخصات مطلوب پیشنهاد می شوند. سپس با تعریف حاشیه پایداری، روش های تعیین حاشیه فاز و بهره در سیستم های کنترل خطی بیان شده و اهمیت آن در طراحی جبران سازهای مناسب توجیه می شود. نمودار نیکولز و کانتور های آن به منظور تحلیل حاشیه پایداری و رفتار سیستم های کنترل خطی معرفی خواهد شد. روش های طراحی جبران سازهای پایه ای و پرکاربرد در صنعت، از جمله جبران ساز های پیش فاز، پس فاز، پیش فاز-پس فاز و متناظرا PD، PI و PID بیان شده و بر روی سیستم غیر کمینه فازی اعمال می شوند. در نهایت با استفاده از تابع تبدیل حساسیت روش های طراحی کنترلگرهای مرتبه بالاتر برای سیستم های پیچیده، ناپایدار و غیر کمینه فاز مورد بررسی و تحلیل قرار خواهد گرفت.

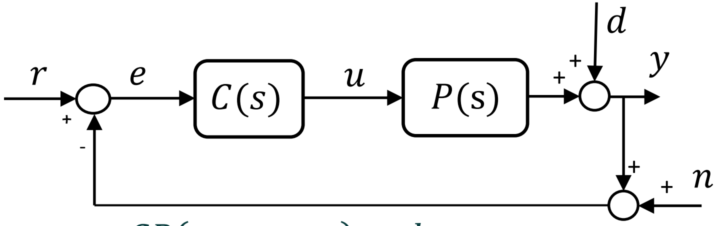
طراحی کنترلگر با استفاده از تابع تبدیل حساسیت

- **انگیزه**
  - ✓ روش های طراحی جبران ساز کلاسیک بر مبنای تابع تبدیل بهره حلقه استوار شده است.
    - ❑ با ترسیم مکان هندسی ریشه های $L(s)$ ویژگی های تابع تبدیل حلقه بسته به دست می آید.
    - ❑ با ترسیم نمودار بودی، نایکویست یا نیکولز $L(s)$ ویژگی های تابع تبدیل حلقه بسته به دست می آید.
  - ✓ این روش ها برای سیستم های معمول بسیار راهگشا است.
    - ❑ اگر سیستمی دارای صفر و قطب در نیم صفحه سمت راست باشد یا دارای قطب ها و صفرهای متعدد مختلط باشد، روش های کلاسیک محدودیت دارند.
    - ❑ در این سیستم ها کنترلگر درجه یک یا دو ممکن است کافی نباشد و کنترلگر درجات بالاتر مورد نیاز است.
  - ✓ طراحی در این نوع سیستم ها
    - ❑ در حوزه فرکانس با استفاده از شکل دادن تابع تبدیل حساسیت صورت می گیرد
    - ❑ در حوزه زمان با استفاده از روش های کنترل مدرن توسعه یافته است.

طراحی کنترلگر با استفاده از تابع تبدیل حساسیت

• تابع تبدیل حساسیت

✓ سیستم حلقه بسته مقابل را در نظر بگیرید



$$y = CP(r - n - y) + d$$

❑ اگر تابع تبدیل بهره حلقه را $L(s) = C(s)P(s)$ بنامیم

❑ تابع تبدیل حلقه بسته خروجی سیستم به سه ورودی آن عبارت است از:

$$y(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} r(s) + \frac{1}{1 + L(s)} d(s) - \frac{L(s)}{1 + L(s)} n(s),$$

$$e = r - y - n$$

❑ تابع تبدیل حلقه بسته خطای سیستم به سه ورودی آن عبارت است از:

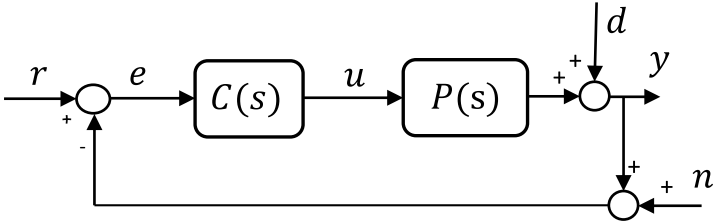
$$e(s) = \frac{1}{1 + L(s)} r(s) - \frac{1}{1 + L(s)} d(s) - \frac{1}{1 + L(s)} n(s),$$

❑ این همان اعجاز فیدبک است که رابطه ورودی های مختلف سیستم حلقه بسته به خطای ردیابی یکسان است.

✓ تابع تبدیل حساسیت را با $S(s)$ نمایش داده و تابع تبدیل متمم حساسیت را با $T(s)$ نمایش داده و به صورت زیر تعریف می کنیم.

$$S(s) = \frac{1}{1 + L(s)}, \qquad T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}, \qquad S(s) + T(s) = 1.$$

طراحی کنترلگر با استفاده از تابع تبدیل حساسیت



- **تابع تبدیل حساسیت**
  - ✓ بدین ترتیب خواهیم داشت:
    - ❑ تابع تبدیل حلقه بسته خروجی سیستم:

$$y(s) = T(s)r(s) + S(s)d(s) - T(s)n(s),$$

    - ❑ تابع تبدیل حلقه بسته خطای سیستم به سه ورودی آن عبارت است از:

$$e(s) = S(s)r(s) - S(s)d(s) - S(s)n(s),$$

  - ✓ به منظور ردیابی مناسب و رفع اغتشاش به صورت همزمان بایستی اندازه $S(j\omega)$ در پهنای باند مورد نظر سیستم حلقه بسته بسیار کوچک و نزدیک صفر باشد.

$$|S(j\omega)| \cong 0 \quad \text{for} \quad 0 < \omega < \omega_c$$

  - ✓ با توجه به رابطه جبری $S(j\omega) + T(j\omega) = 1$ بایستی تابع تبدیل متمم حساسیت $T(j\omega)$ در پهنای باند مورد نظر سیستم حلقه نزدیک یک باشد.

$$|T(j\omega)| \cong 1 \quad \text{for} \quad 0 < \omega < \omega_c$$

- **چگونگی طراحی کنترلگر**

✓ اگر هیچ محدودیتی وجود نمی داشت، یک راه حل مناسب انتخاب مناسب $S_d(s)$ (و یا متمم آن $T_d(s)$) و تعیین کنترلگر از آن می بود.

❑ تابع تبدیل متمم حساسیت را یک فیلتر پایین گذر با فرکانس گذر بهره مطلوب $\omega_0 = \omega_{c_d}$ انتخاب کنید.

❑ به عنوان مثال فیلتر باترورث با درجه دلخواه بسیار مناسب است (دستور `butter` متلب) . فیلتر باترورث درجه دوم:

$$T_d(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + \sqrt{2}\omega_0 s + \omega_0^2} \rightarrow S_d(s) = \frac{s(s + \sqrt{2}\omega_0)}{s^2 + \sqrt{2}\omega_0 s + \omega_0^2}$$

❑ کنترلگر مطلوب را با استفاده از رابطه زیر به دست آورید:

$$S(s) = \frac{1}{1 + C(s)P(s)}, T(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} \rightarrow \frac{T(s)}{S(s)} = C(s)P(s) \rightarrow C(s) = \frac{T(s)}{S(s)P(s)}$$

طراحی کنترلگر با استفاده از تابع تبدیل حساسیت

- **چگونگی طراحی کنترلگر**

✓ مثال ۱: سیستم پیچیده زیر را در نظر بگیرید و برای آن کنترلگر با فرکانس گذر بهره $\omega_{c_d} = 5$ طراحی کنید.

$$P(s) = \frac{s^2 + 2s + 2}{s(s^2 + s + 1)(s + 1)}$$

❑ تابع تبدیل متمم حساسیت مطلوب را به صورت زیر در نظر بگیرید.

$$T_d(s) = \frac{25}{s^2 + 7.071s + 25} \rightarrow \frac{T_d(s)}{S_d(s)} = \frac{25}{s(s + 7.071)}$$

❑ و کنترلگر سره و علّی طراحی شده از مرتبه سه بوده و عبارت است از:

$$C(s) = \frac{T_d(s)}{S_d(s)P(s)} = \frac{25(s + 1)(s^2 + s + 1)}{(s + 7.071)(s^2 + 2s + 2)}$$

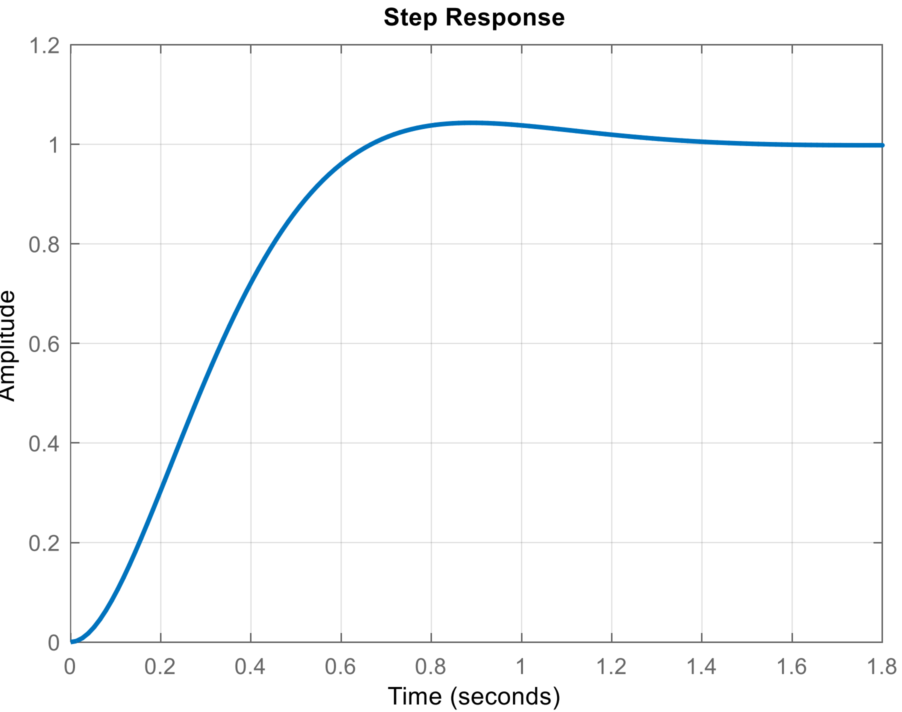
❑ بهره حلقه سیستم به صورت زیر به دست می آید که نشان می دهد صفر ها و قطب های LHP سیستم حذف شده اند.

$$L(s) = C(s)P(s) = \frac{25}{s(s + 7.071)}$$

طراحی کنترلگر با استفاده از تابع تبدیل حساسیت

- ## چگونگی طراحی کنترلگر

✓ ادامه مثال ۱



❑ پاسخ فرکانسی و حاشیه پایداری سیستم اولیه را مشاهده کنید.

- حاشیه پایداری و پهنای باند نامطلوب

❑ پاسخ فرکانسی و حاشیه پایداری سیستم کنترل شده را مشاهده کنید.

❑ ویژگی های فرکانسی دو سیستم را مقایسه کنید.

- حاشیه پایداری و پهنای باند مطلوب و مورد انتظار

❑ پاسخ زمانی بسیار مطلوب سیستم حلقه بسته را مشاهده کنید.

طراحی کنترلگر با استفاده از تابع تبدیل حساسیت

- کنترلگر سره و علّی
  - ✓ در روش پیشنهادی مرتبه تابع تبدیل متمم حساسیت بایستی مناسب انتخاب شود تا کنترلگر نهایی سره و علّی باشد.
    - ❑ اگر مثال ۱ را بررسی کنید درجه نسبی (تعداد بیشتر قطب ها از صفر های سیستم) سیستم مورد آزمون دو است.
    - ❑ کنترلگر طراحی شده نیز سره، علّی و قابل پیاده سازی است.
- مرتبه تابع تبدیل متمم حساسیت
  - ✓ به منظور طراحی کنترلگر سره، مرتبه $T_d(s)$ را برابر درجه نسبی سیستم قرار دهید.
  - ✓ اگر مرتبه $T_d(s)$ را بیشتر از درجه نسبی سیستم انتخاب کنید، کنترلگر نتیجه شده اکیدا سره خواهد شد.

طراحی کنترلگر با استفاده از تابع تبدیل حساسیت

• تضمین پایداری داخلی

✓ اگر سیستم مورد نظر پایدار و کمینه فاز باشد (هیچ صفر و قطبی در RHP نداشته باشد) پایداری داخلی سیستم حلقه بسته (و همه اجزای آن) تنها با انتخاب تابع حساسیت $S(s)$ یا تابع متمم حساسیت $(T(s))$ پایدار تضمین می شود.

✓ اگر سیستم ناپایدار باشد، لازم است $P(s)S(s)$ پایدار باقی بماند.

❑ اگر سیستم دارای قطب p_0 ناپایدار باشد ضروری است $S(p_0) = 0$ باشد.

- این بدان معنا است که $S(s)$ باید صفر غیر کمینه فازی در محل همان قطب داشته باشد که قطب ناپایدار را حذف کند.
- این به معنای حذف قطب ناپایدار با صفر کنترلگر نیست! به هیچ وجه قطب ناپایدار را به صفر متناظر در کنترلگر حذف نکنید!

❑ این محدودیت خیلی آزار دهنده نیست، چرا که برای داشتن ردیابی مناسب و رفع اغتشاش لازم است $S(s)$ در پهنای باند سیستم باید نزدیک صفر باشد و در عین حال در نقطه p_0 ضروری است که برابر صفر باشد.

- این دو هدف را می توان با تدبیر مناسب به صورت همزمان ارضا نمود
- مگر قطب ناپایدار خیلی از مبدا دور باشد که شرایط را دشوار می سازد.

طراحی کنترلگر با استفاده از تابع تبدیل حساسیت

- **تضمین پایداری داخلی (ادامه)**

✓ اگر سیستم غیر کمینه فاز باشد، لازم است $P^{-1}(s)T(s)$ پایدار باقی بماند.

❑ اگر سیستم دارای صفر z_0 غیر کمینه فاز باشد ضروری است $T(z_0) = 0$ باشد.

- این بدان معنا است که $T(s)$ باید صفر غیر کمینه فازی در محل صفر کمینه فاز سیستم داشته باشد.

❑ این محدودیت بسیار آزار دهنده است، چرا که برای داشتن ردیابی مناسب و رفع اغتشاش لازم است $T(s)$ در پهنای باند سیستم نزدیک یک باشد و در عین حال در نقطه z_0 ضروری است که برابر صفر باشد

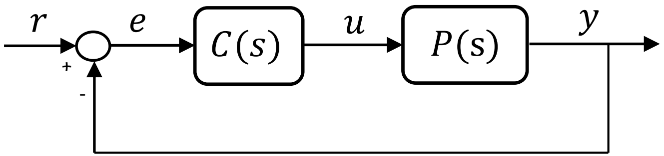
- این بدان معنا است که پهنای باند قابل دستیابی سیستم حلقه بسته بین دو تا ده برابر کوچکتر از محل صفر غیر کمینه فاز سیستم تعیین می شود.

- **شرایط درون یابی**

✓ به شرایط سه گانه تضمین پایداری فوق شرایط درون یابی گفته می شود:

❑ برای پایداری لازم است سه تابع تبدیل $P^{-1}(s)T(s)$, $P(s)S(s)$, $T(s)$ همگی پایدار باقی بمانند.

طراحی کنترلگر با استفاده از تابع تبدیل حساسیت



- **قضیه پایداری داخلی (شرایط درون یابی)**

✓ سیستم حلقه بسته نشان داده شده در شکل پایدار داخلی است،

اگر و تنها اگر، توابع تبدیل $P^{-1}(s)T(s)$ ،$P(s)S(s)$ ،$T(s)$ همگی پایدار باشند.

❑ اگر $T(s)$ پایدار باشد حتما $S(s)$ نیز پایدار است، چون معادله مشخصه هر دو تابع تبدیل یکسان است.

❑ اگر $P(s)$ دارای قطب ناپایدار p_0 با تکرار m باشد ضروری است:

$$S(p_0) = \frac{dS}{ds}(p_0) = \cdots = \frac{d^{m-1}S}{ds^m}(p_0) = 0$$

❑ اگر $P(s)$ دارای صفر غیر کمینه فاز z_0 با تکرار m باشد ضروری است:

$$T(z_0) = \frac{dT}{ds}(z_0) = \cdots = \frac{d^{m-1}T}{ds^m}(z_0) = 0$$

طراحی کنترلگر با استفاده از تابع تبدیل حساسیت

- **چگونگی طراحی کنترلگر**

✓ مثال ۲: سیستم ناپایدار زیر را در نظر بگیرید و برای آن کنترلگر با فرکانس گذر بهره $\omega_{c_d} = 5$ طراحی کنید.

$$P(s) = \frac{(s+1)(s^2+2s+2)}{s(s^2+s+1)(-s+1)}$$

❑ درجه نسبی سیستم یک است و یک شرط درون یابی نیز داریم. لذا تابع تبدیل متمم حساسیت را با درجه دو در نظر می گیریم.

❑ شرط درون یابی برابر است با $T(p_0) = 1 \rightarrow T(1) = 1$

❑ تابع تبدیل متمم حساسیت را بدین صورت انتخاب می کنیم.

$$T_d(s) = \frac{25(s/\tau+1)}{(s+5)^2}$$

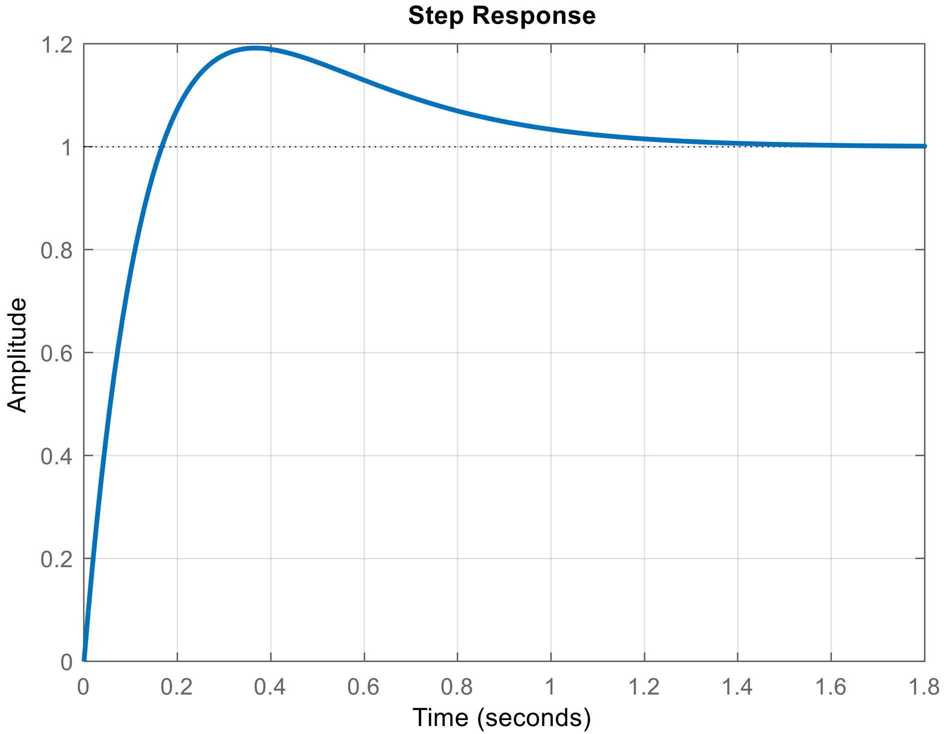
❑ شرط درون یابی را تضمین می کنیم:

$$T_d(1) = \frac{25(1/\tau+1)}{(1+5)^2} = 1 \rightarrow \tau = 2.27$$

در نتیجه:

$$T_d(s) = \frac{11(s+2.27)}{(s+5)^2},\ S_d(s) = 1 - T_d(s) = \cdots = \frac{s(s-1)}{(s+2)^2}$$

طراحی کنترلگر با استفاده از تابع تبدیل حساسیت



• چگونگی طراحی کنترلگر

✓ ادامه مثال ۲:

❑ بدین ترتیب کنترلگر مناسب بدین صورت طراحی می شود

$$C(s) = \frac{T_d(s)}{S_d(s)P(s)} = \cdots$$

$$= \frac{-11(s+2.273)(s^2+s+1)}{(s+1)(s^2+2s+2)}$$

❑ حاشیه پایداری سیستم حلقه باز را بررسی کنید.

❑ نمودار نایکویست سیستم حلقه باز با کنترلگر طراحی شده زیر را بررسی و حاشیه پایداری را بررسی کنید.

$$L(s) = \frac{7(s+2.273)}{s(s-1)}$$

❑ پاسخ پله سیستم را نیز ترسیم و تایید کنید.

- سیستم پایدار و دارای رفتار زمانی بسیار مناسبی است.

طراحی کنترلگر با استفاده از تابع تبدیل حساسیت

- **چگونگی طراحی کنترلگر**

✓ مثال ۳: سیستم غیر کمینه فاز زیر را در نظر بگیرید و برای آن کنترلگر با فرکانس گذر بهره $\omega_{c_d} = 0.5$ طراحی کنید.

$$P(s) = \frac{(-s+5)(s^2+2s+2)}{s(s^2+s+1)(s+1)}$$

❑ درجه نسبی سیستم یک است و یک شرط درون یابی نیز داریم. لذا تابع تبدیل متمم حساسیت را با درجه دو در نظر می گیریم.

❑ شرط درون یابی برابر است با $T(z_0) = 0 \rightarrow T(5) = 0$

❑ تابع تبدیل متمم حساسیت را بدین صورت انتخاب می کنیم.

$$T_d(s) = \frac{0.25(s/\tau+1)}{(s+0.5)^2}$$

❑ شرط درون یابی را تضمین می کنیم:

$$T_d(5) = \frac{0.25(5/\tau+1)}{(5+0.5)^2} = 0 \rightarrow \tau = -5$$

در نتیجه:

$$T_d(s) = \frac{-0.05(s-5)}{(s+0.5)^2},\ S_d(s) = 1 - T_d(s) = \cdots = \frac{s(s+1.05)}{(s+0.5)^2}$$

طراحی کنترلگر با استفاده از تابع تبدیل حساسیت

- **چگونگی طراحی کنترلگر**

✓ ادامه مثال ۳:

❑ بدین ترتیب کنترلگر مناسب بدین صورت طراحی می شود

$$C(s) = \frac{T_d(s)}{S_d(s)P(s)} = \cdots =$$

$$= \frac{0.05(s+1)(s^2+s+1)}{(s+1.05)(s^2+2s+2)}$$

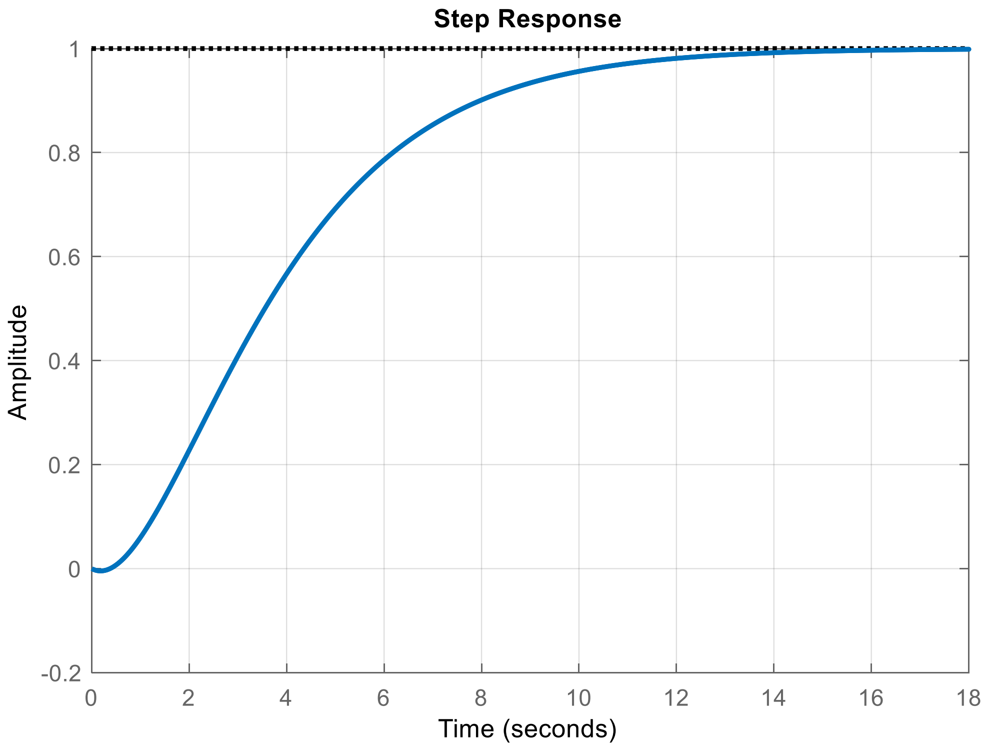
❑ حاشیه پایداری سیستم حلقه باز را بررسی کنید.

❑ حاشیه پایداری سیستم حلقه باز با کنترلگر طراحی شده را بررسی و حاشیه پایداری را بررسی کنید.

$$L(s) = \frac{-0.05(s-5)}{s(s+1.05)}$$

❑ پاسخ پله سیستم را نیز ترسیم و تایید کنید.

- علت فروجهش غیر کمینه فاز بودن سیستم است.



طراحی کنترلگر با استفاده از تابع تبدیل حساسیت

- **چگونگی طراحی کنترلگر**

✓ مثال ۴: سیستم ناپایدار و غیر کمینه فاز زیر را در نظر بگیرید و برای آن کنترلگر با فرکانس گذر بهره $\omega_{c_d} = 3$ طراحی کنید.

$$P(s) = \frac{(s-5)(s^2+2s+2)}{s(s^2+s+1)(s-1)}$$

❑ درجه نسبی سیستم یک است و دو شرط درون یابی نیز داریم. لذا تابع تبدیل متمم حساسیت را با درجه سه در نظر می گیریم.

❑ دو شرط درون یابی برابر است با: $T(z_0) = 0 \rightarrow T(5) = 0,\ \ T(p_0) = 1 \rightarrow T(1) = 1;$

❑ تابع تبدیل متمم حساسیت را بدین صورت انتخاب می کنیم.

$$T_d(s) = \frac{27(s/\tau+1)(-s+5)/5}{(s+3)^3}$$

❑ شرط درون یابی را تضمین می کنیم:

$$T_d(1) = \frac{5.4(1/\tau+1)(-1+5)}{(1+0.5)^3} = 1 \rightarrow \tau = 0.51$$

در نتیجه:

$$T_d(s) = \frac{10.6(s+0.51)(-s+5)}{(s+3)^3},\ S_d(s) = 1 - T_d(s) = \cdots = \frac{s(s+20.6)(s-1)}{(s+3)^3}$$

طراحی کنترلگر با استفاده از تابع تبدیل حساسیت

- **چگونگی طراحی کنترلگر**

✓ ادامه مثال ۳:

❑ بدین ترتیب کنترلگر مناسب بدین صورت طراحی می شود

$$C(s) = \frac{T_d(s)}{S_d(s)P(s)} = \cdots =$$

$$= \frac{-10.6(s+0.51)(s^2+s+1)}{(s+20.6)(s^2+2s+2)}$$

❑ کنترلگر پایدار است ولی بهره آن منفی است (فیدبک مثبت).

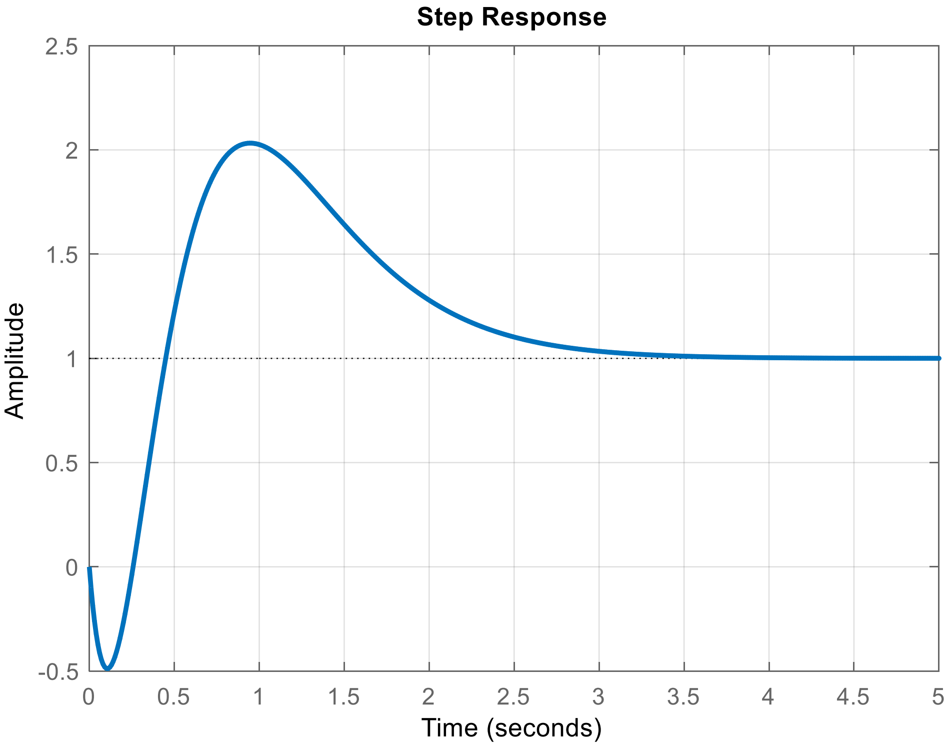
❑ حاشیه پایداری سیستم حلقه باز را بررسی کنید.

❑ حاشیه پایداری سیستم حلقه باز با کنترلگر طراحی شده را توسط نمودار نایکویست و پاسخ فرکانسی بررسی کنید.

$$L(s) = \frac{10.6(-s+5)(s+0.51)}{s(s-1)(s+20.6)}$$

❑ پاسخ پله سیستم را نیز ترسیم و تایید کنید.

- علت فروجهش غیر کمینه فاز بودن سیستم است.



Stephen Butterworth

(11 August 1885 – 28 October 1958)

was a British physicist who invented the filter that bears his name, a class of electrical circuits that separates electrical signals of different frequencies. He was a first-rate applied mathematician. He often solved problems that others had regarded as insoluble. For his successes, he employed judicious approximations, penetrating physical insight, ingenious experiments, and skillful use of models. He was a quiet and unassuming man. Nevertheless, his knowledge and advice were widely sought and readily offered. He was respected by his colleagues and revered by his subordinates. In 1942 he was awarded the Order of the British Empire. In 1945 he retired from the Admiralty Research Laboratory. He died on 28 October 1958 at his home in England at the age of 73.

برگرفته از پیوند

برگرفته از پیوند

George Zames

(January 7, 1934 – August 10, 1997)

was a Polish-Canadian control theorist and professor at McGill University, Canada. Zames is known for his fundamental contributions to the theory of robust control, and was credited for the development of various well-known results such as small-gain theorem, passivity theorem, circle criterion in input–output form, and most famously, H-infinity methods.

From 1960 to 1965, Zames held various teaching positions at MIT and Harvard University. In 1965, Zames received a Guggenheim Fellowship and moved to the NASA Electronic Research Center (ERC), where he founded the Office of Control Theory and Applications (OCTA). In 1969, it was announced that NASA ERC was to be closed, and Zames joined the newly established Department of Transportation Research Center in 1970. In 974, he returned to McGill University to become a professor and eventually the MacDonald Chair of Electrical Engineering until his death in 1997.

به پایان آمد این دفتر
حکایت همچنان باقی است

به پایان آمد این دفتر

حکایت همچنان باقی است

۱ مدل سازی سیستم های کنترل

نقطه شروع طراحی در سیستم های کنترل، شناخت رفتار سیستم یا مدل آن است. در درس هی کنترل مدرن و صنعتی به این مهم پرداخته خواهد شد.

۲ اندازه گیری کمیت های فیزیکی

فیدبک خروجی تنها با اندازه گیری دقیق کمیت های فیزیکی خروجی قابل دستیابی است. این مهم در درس ابزار دقیق مورد توجه قرار خواهد گرفت

۳ روش های کنترل مدرن

مدل سازی سیستم در فضای حالت و بررسی زمانی رفتار سیستم ها و طراحی فیدبک حالت از روش های مهم طراحی به شمار می رود که در درس کنترل مدرن به آن پرداخته می شود

۴ تنظیم و پیاده سازی کنترلگرهای صنعتی

چگونگی پیاده سازی کنترلگر های صنعتی توسط مدار های الکترونیکی و یا پیاده سازی در میکروکنترلر های متداول در درس کنترل صنعتی و اصول میکروکنترلر بیان می شود.

۵ روشهای طراحی و پیاده سازی کنترلگر دیجیتال

میانی نظری و طراحی سیستم های کنترل در حوزه زمان-گسسته و پیاده سازی آن در پروسسور های دیجیتال در درس کنترل دیجیتال مرور خواهد شد

۶ طراحی کنترلگر بهینه

طراحی کنترلگر هایی که مصالحه مناسبی بین پایداری و کارایی را بهینه سازی نمایند با نگاه کلاسیک در دری کنترل مقاوم و با دیدگاه مدرن در درس کنترل بهینه تدریس می شود.

ادامه دارد...

ARAS HI-TECH ROBOTIC SOLUTIONS
ADVANCED ROBOTICS & AUTOMATED SYSTEMS

بیوگرافی دکتر حمید رضا تقی راد

حمید رضا تقی راد مدرک کارشناسی خود را در مهندسی مکانیک از دانشگاه صنعتی شریف در سال ۱۳۶۸ و کارشناسی ارشد خود را در مهندسی مکانیک (مکاترونیک) در سال ۱۳۷۲ و دکترای خود را در مهندسی برق- کنترل و رباتیک در سال ۱۳۷۶ از دانشگاه مک گیل کانادا دریافت کرده است. او در حال حاضر استاد تمام و مدیر گروه رباتیک ارس در دپارتمان کنترل و سیستم، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی است. ایشان دارای عضویت ارشد انجمن IEEE، عضو هیات تحریریه ژورنال بین المللی رباتیک: تئوری و کاربرد و ژورنال بین المللی سیسنم های پیشرفته رباتیک می باشد. زمینه های تحقیقاتی مورد علاقه وی کاربرد کنترل مقاوم و غیر خطی بر روی سیستم های رباتیک بوده و زمینه های مختلف رباتیک شامل ربات های موازی و کابلی، ربات های خودران، ربات ها جراحی و سامانه های هپتیک آموزش جراحی چشم در حیطه تخصص ایشان قرار دارد. تالیفات ایشان شامل پنج کتاب و بیش از ۲۵۰ مقاله در کنفرانس ها و ژورنال های معتبر بین المللی است.

حمید رضا تقی راد
استاد

گروه رباتیک ارس

سیستم های کنترل خطی

برای مطالعه بیشتر و مشاهده فیلم های ضبط شده کلاس مجازی
به این سایت مراجعه نمایید

متشکرم