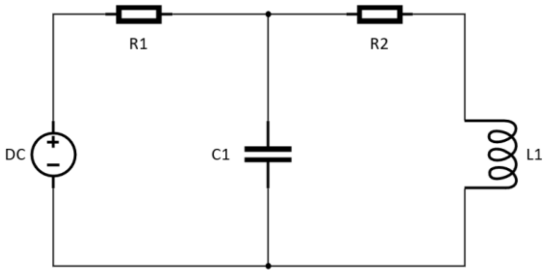
بنام آنکه جان را فکرت آموخت

سیستم‌های کنترل خطی

تمرین حل‌شده اول

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی ۱۳۰۷
استاد: حمید رضا تقی راد

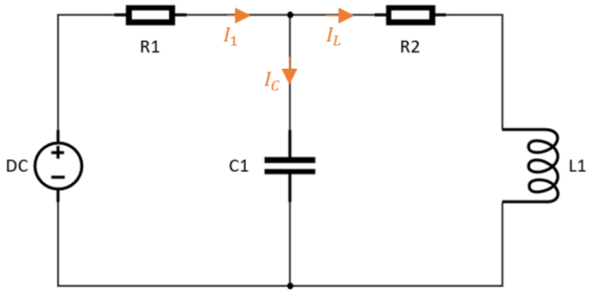
۱) معادلات دیفرانسیل حاکم بر مدار زیر را به دست آورده سپس آن را بر حسب لاپلاس بنویسید. فرض کنید که ورودی وارد بر مدار پله است.



$$R_1 = 1\Omega\,, R_2 = 5\Omega, C_1 = 3C, L_1 = 1H$$

$$V_c(0) = 5V, \qquad I_L(0) = 3A$$

پاسخ) معادله دیفرانسیل حاکم بر مدار:



$I_1 = I_L - I_C$
$V_C + I_L R_2 + V_L = 0$
$\rightarrow V_C = -(I_L R_2 + V_L)$
$\rightarrow I_C = -C(\dot{I}_L R_2 + L\ddot{I}_L)$

$V_{in} = R_1 I_1 + R_2 I_L + V_L$
$\rightarrow V_{in} = (R_1 + R_2)I_L - R_1 I_C + L\dot{I}_L$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$R_1 CL\ddot{I}_L + (L + CR_2)\dot{I}_L + (R_1 + R_2)I_L = V_{in}$$

سپس از معادله دیفرانسیل با توجه به داشتن شرایط اولیه لاپلاس می‌گیریم.

$$3(s^2I_L(s)-3s-0)+16(sI_L(s)-3)+6I_L(s)=\frac{1}{s}$$

$$(3s^2+16s+6)I_L(s)=9s+48+\frac{1}{s}$$

$$I_L(s)=\frac{9s^2+48s+1}{3s^3+16s^2+6s}$$

۲) معادلات حاکم بر مدار RC ساده به صورت زیر داده شده است:

$$C.\frac{dI_c}{dt}+R.I_c=V_{in}$$

نشان دهید در این سیستم به ازای هر شرط اولیه در سیستم ورودی صفر، می‌توان یک ورودی ضربه به سیستم با حالت اولیه صفر در نظر گرفت که اثر مشابهی بر پاسخ سیستم داشته باشد. سپس پاسخ زمانی سیستم را نسبت به این ورودی محاسبه کنید.

پاسخ) ابتدا با فرض ورودی صفر و شرط اولیه غیر صفر از معادلات سیستم لاپلاس گرفته و جریان خازن را در فضای لاپلاس محاسبه میکنیم:

$$C\left(s.I_c(s)-I_{c_0}\right)+R.I_c(s)=0\rightarrow(C.s+R)I_c(s)=CI_{c_0}\rightarrow I_c(s)=\frac{CI_{c_0}}{C.s+R}$$

سپس جریان خازن را در حالتی که شرایط اولیه صفر بوده و ورودی غیر صفر به سیستم وارد می‌شود محاسبه می‌کنیم:

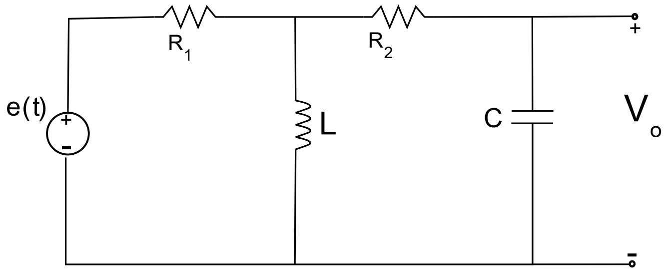
$$C(s.I_c(s)-0)+R.I_c(s)=V_{in}(s)\rightarrow(C.s+R)I_c(s)=V_{in}(s)\rightarrow I_c(s)=\frac{V_{in}(s)}{C.s+R}$$

می‌دانیم که لاپلاس تابع ضربه ($\delta(t)$) برابر با ۱ است. بنابراین اگر قرار دهیم $V_{in}=C.I_{c_0}.\delta(t)$، آنگاه پاسخ بدست آمده از هر دو قسمت با یکدیگر برابر خواهد بود.

برای بدست آوردن پاسخ زمانی سیستم با مراجعه به جدول مربوط به لاپلاس، خواهیم داشت:

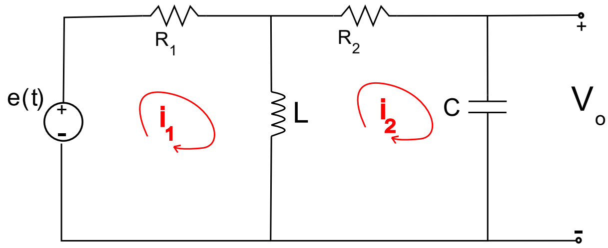
$$I_c(t)=I_{c_0}e^{-\frac{R}{C}}$$

۳) در سیستم الکتریکی زیر، $e(t)$ ورودی مدار و v_o خروجی آن است. با استفاده از قواعد فیزیکی حاکم بر سیستم و تبدیل لاپلاس، تابع تبدیل $G=\frac{V_o}{E}$ را به دست آورید.



پاسخ) در دو حلقه مشخص شده، روابط مدار را می‌نویسیم (در حوزه لاپلاس):

$$l1:\ E(s) = I_1R_1 + LS(I_1 - I_2)$$
$$l2:\ LS(I_2 - I_1) = I_2R_2 + V_o$$



با توجه به خازن:

$$I_2 = CSV_o$$
$$l1, l2 \implies E = I_1R_1 - I_2R_2 - V_o \xrightarrow{I_2 = CSV_o} E = I_1R_1 - V_o(R_2CS + 1)(A)$$
$$l1 \implies I_1(R_1 + LS) = E + LCs^2V_o\ (B)$$
$$A, B \implies E = \frac{E + LCs^2V_o}{(R_1 + LS)}R_1 - V_o(R_2CS + 1)$$
$$= \frac{ER_1 - V_o((R_1 + LS)(R_2CS + 1) - LCs^2R_1)}{(R_1 + LS)}$$
$$\implies ER_1 - E(R_1 + LS) = V_o((R_1 + LS)(R_2CS + 1) - LCs^2R_1)$$
$$\implies \frac{V_o}{E} = \frac{LS}{((R_1 + LS)(R_2CS + 1) - LCs^2R_1)} = \frac{LS}{(R_1 + R_2)LC\ s^2 + (R_1R_2C + L)s + R_1}$$

۴) نوسان ساز جرم-فنر بدون اصطکاک را در نظر بگیرید: $\ddot{y} + y = 0$. فرض کنید یک نیروی متناظر با فشار به (سمت چپ) جرم هنگام نوسان وارد می کنیم. فشار وارد شده با تابع زیر توصیف می شود:

$$f(t) = -h(t - 2\pi) + u(t - (2\pi + a))$$

که برای برخی از $a > 2\pi$ مجاز به تغییر هستیم. (اندازه a بیانگر مدت زمان فشار ایجاد شده می باشد). با فرض اولیه $y(0) = 1\ ,\ \dot{y}(0) = 0$ مسئله مقدار اولیه ای که به صورت زیر استخراج می شود را حل کنید.

$$\ddot{y} + y = f(t)$$

پاسخ) از دو طرفین معادله لاپلاس می گیریم:

$$\mathcal{L}\,[\ddot{y} + y] = \mathcal{L}\,[f(t)]$$

$$s^2Y - sy(0) - \dot{y}(0) + Y(s) = -\frac{1}{s}e^{-2\pi s} + \frac{1}{s}e^{-(2\pi+a)s}$$

بنابراین:

$$Y(s) = \frac{e^{-(2\pi+a)s}}{s(s^2+1)} - \frac{e^{-2\pi s}}{s(s^2+1)} + \frac{s}{(s^2+1)}$$

از آنجایی که $\frac{1}{s(s^2+1)} = \frac{1}{s} - \frac{s}{(s^2+1)}$ بنابراین خواهیم داشت:

$$Y(s) = e^{-(2\pi+a)s}\left[\frac{1}{s} - \frac{s}{(s^2+1)}\right] - e^{-2\pi s}\left[\frac{1}{s} - \frac{s}{(s^2+1)}\right] + \frac{s}{(s^2+1)}$$

بنابراین با معکوس تبدیل لاپلاس خواهیم داشت:

$$y(t) = h\big(t-(2\pi+a)\big)\big[1-\cos\big(t-(2\pi+a)\big)\big] - u(t-2\pi)[1-\cos(t-2\pi)] + cost$$

۵) مسئله مقدار اولیه زیر را با کمک تبدیل لاپلاس حل کنید:

$$\dot{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} e^t \\ 1 \\ -2t \end{bmatrix}, y(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

پاسخ) از طرفین لاپلاس می گیریم:

$$s\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \boldsymbol{Y} + \begin{bmatrix} \frac{1}{s-1} \\ \frac{1}{s} \\ -\frac{2}{s^2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} s-1 & 0 & 0 \\ 0 & s+1 & -1 \\ 0 & 0 & s-2 \end{bmatrix} \boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s-1} \\ \frac{1}{s} \\ -\frac{2}{s^2} \end{bmatrix}$$

از حل این معادله $\mathbf{Y}$ به صورت زیر بدست می آید:

$$\boldsymbol{Y}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s-1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{s+1} & \frac{1}{(s+1)(s-2)} \\ 0 & 0 & \frac{1}{s-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{s-1} \\ \frac{1}{s} \\ -\frac{2}{s^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(s-1)^2} \\ \frac{s(s-2)-2}{s^2(s+1)(s-2)} \\ -\frac{2}{s^2(s-2)} \end{bmatrix}$$

با استفاده از تفکیک به کسر های جزئی خواهیم داشت:

$$\frac{s(s-2)-2}{s^2(s+1)(s-2)}=\frac{1}{s^2}+\frac{1}{2s}-\frac{1}{3}\times\frac{1}{s+1}-\frac{1}{6}\times\frac{1}{s-2}$$

$$\frac{-2}{s^2(s-2)}=\frac{1}{s^2}+\frac{1}{2s}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{s-2}$$

بنابراین این $\boldsymbol{Y}(s)$ به صورت زیر خواهد شد:

$$\boldsymbol{Y}(s)=\begin{bmatrix}\frac{1}{(s-1)^2}\\ \frac{1}{s^2}+\frac{1}{2s}-\frac{1}{3}\times\frac{1}{s+1}-\frac{1}{6}\times\frac{1}{s-2}\\ \frac{1}{s^2}+\frac{1}{2s}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{s-2}\end{bmatrix}$$

در نهایت با معکوس تبدیل لاپلاس خواهیم داشت:

$$\boldsymbol{Y}(t)=\begin{bmatrix}te^t\\ t+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}e^{-t}-\frac{1}{6}e^{2t}\\ t+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}e^{2t}\end{bmatrix}$$

۶) عکس لاپلاس توابع زیر را به دست بیارید. جواب خود را به وسیله متلب، راستی آزمایی کنید.

$$G(s)=\frac{10}{(s+1)^2(s+3)}$$

$$g(s)=\frac{100(s+2)}{s(s^2+4)(s+1)}e^{-s}$$

پاسخ)

$$\frac{10}{(s+1)^2(s+3)}=-\frac{5}{2(s+1)}+\frac{5}{(s+1)^2}+\frac{5}{2(s+3)}$$

$$L^{-1}\left(-\frac{5}{2(s+1)}+\frac{5}{(s+1)^2}+\frac{5}{2(s+3)}\right)=-\frac{5}{2}e^{-t}+e^{-t}\cdot 5t+\frac{5}{2}e^{-3t}$$

کد متلب:

```
clear;
clc;

syms s;

G=(10)/((s+1)^2*(s+3));
F=ilaplace(G);
F=simplify(F)
```

جواب:

ans =

$(5*\exp(-3*t))/2 - (5*\exp(-t))/2 + 5*t*\exp(-t)$

$$G(s)=\frac{100(s+2)}{s(s^2+4)(s+1)}e^{-s}=L^{-1}\left(\left(\frac{50}{s}-\frac{30s}{s^2+4}-\frac{20}{s^2+4}-\frac{20}{s+1}\right)e^{-s}\right)$$
$$=\left(50\,H(t-1)-30cos\big(2(t-1)\big)-10\,sin\big(2(t-1)\big)-20e^{-(t-1)}\right)$$

کد متلب:

```
clear;
clc;

syms s;

G=((100)*(s+2))/(s*(s^2+4)*(s+1))*exp(-s);
pretty(G)
F=ilaplace(G);
F=simplify(F)
```

پاسخ:

F =

$50*\text{heaviside}(t-1) - 30*\text{heaviside}(t-1)*\cos(2*t-2) - 20*\text{heaviside}(t-1)*\exp(1 - t) - 10*\text{heaviside}(t-1)*\sin(2*t-2)$

۷) با استفاده از نرم افزار متلب حل کنید:

تبدیل تابع تبدیل زیر به

$$G(s)=\frac{5(s+15)(s+26)(s+72)}{s(s+55)(s^2+5s+30)(s+56)(s^2+27s+52)}$$

- نسبت فاکتور ها (در صورت امکان، تبدیل تابع به چند جمله ای های ساده تر)
- نسبت چند جمله ای ها (تبدیل صورت و مخرج تابع تبدیل به یک چند جمله ای مشخص)

پاسخ) کد متلب:

```
clear;
clc;

%% Transfer Function Define
syms s
G=(5*(s+15)*(s+26)*(s+72))/(s*(s+55)*(s^2+5*s+30)*(s+56)*(s^2+27*s+52));

pretty(G)
[num,den]=numden(G);
num=sym2poly(num);
```

```
den=sym2poly(den);
%% Polynimial
G_Polynimial=tf(num,den)
%% Factored
G_Factored=zpk(G_Polynimial)
```

جواب متلب به شرح زیر است:

(5 s + 75) (s + 26) (s + 72)

----

2 2

s (s + 55) (s + 56) (s + 5 s + 30) (s + 27 s + 52)

G_Polynimial =

5 s^3 + 565 s^2 + 16710 s + 140400

----

s^7 + 143 s^6 + 6849 s^5 + 123717 s^4 + 788690 s^3 + 3.469e06 s^2 + 4.805e06 s

Continuous − time transfer function.

G_Factored =

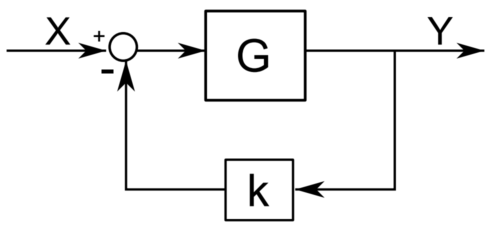
5 (s + 72) (s + 26) (s + 15)

----

s (s + 56) (s + 55) (s + 24.91) (s + 2.087) (s^2 + 5s + 30)

Continuous − time zero/pole/gain model.

۸) در سیستم کنترلی حلقه بسته زیر، می‌دانیم به ازای بهره فیدبک $k = 5$ تابع تبدیل به فرم $\frac{Y}{X} = \frac{3+F}{5+F}$ است. تابع تبدیل $\frac{Y}{X}$ را به ازای $k = 10$ (بر حسب F) به دست آورید.



پاسخ) در سیستم حلقه بسته داریم:

$$\frac{Y}{X}=\frac{kG}{1+kG}$$

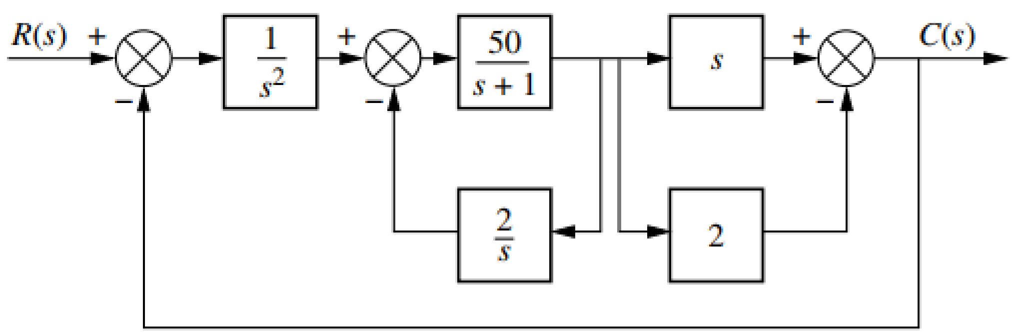
با توجه به اطلاعات سوال:

$$k=5 \Longrightarrow \frac{Y}{X}=\frac{5G}{1+5G}=\frac{3+F}{5+F} \Rightarrow \frac{1}{5G}+1=\frac{5+F}{3+F} \Rightarrow 5G=\frac{3+F}{2}\ (A)$$

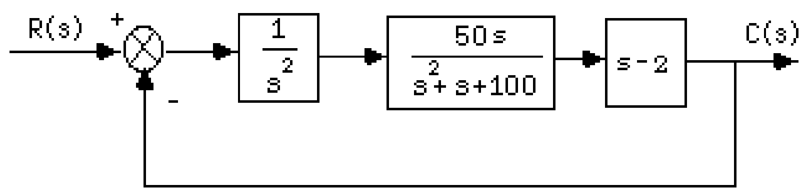
برای k=10 تابع تبدیل سیستم به صورت زیر است:

$$\frac{Y}{X}=\frac{10G}{1+10G} \xRightarrow{A} \frac{Y}{X}=\frac{3+F}{4+F}$$

۹) بلوک دیاگرام زیر را ساده کنید و نتیجه را با متلب راستی آزمایی کنید.



پاسخ) به سادگی، با ساده سازی دو حلقه درونی داریم:



پس در کل، تابع تبدیل به صورت زیر استخراج خواهد شد:

$$g(s)=\frac{50(s-2)}{s^3+s^2+150s-100}$$

برای کد متلب داریم:

```
clear;
clc;

G1=tf(1,[1 0 0]);

G2_A=tf(50,[1 1]);
H2_A=tf(2,[1 0]);
G2=feedback(G2_A,H2_A);

G3_A=tf([1 0],1);
G3_B=2;
```

```
G3=G3_A-G3_B;

G=G1*G2*G3;
TF=feedback(G,1)
```

که نتیجه آن به شرح زیر است:

$TF\ =$

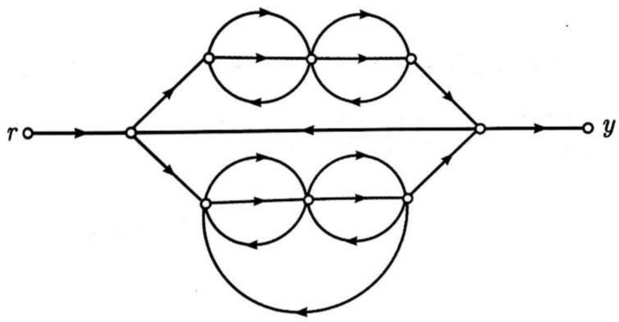
$50\,s\text{^}2\ -\ 100\,s$

$-------------------$

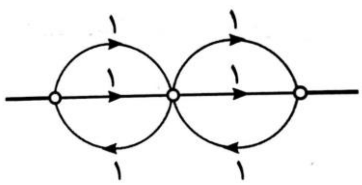
$s\text{^}4\ +\ s\text{^}3\ +\ 150\,s\text{^}2\ -\ 100\,s$

$Continuous - time\ transfer\ function.$

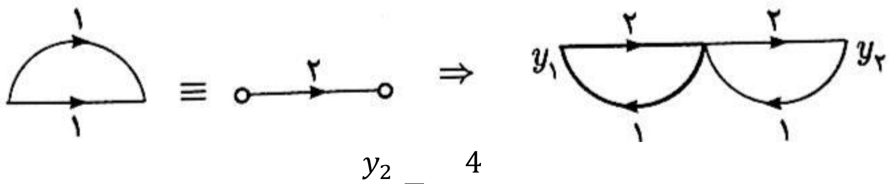
۱۰) با توجه به SFG داده شده $\frac{y}{r}$ را بیابید. (بهره تمام شاخه ها ۱ است)



پاسخ) ابتدا معادل بخش زیر را که دو بار در گراف تکرار شده است را به دست می‌آوریم.

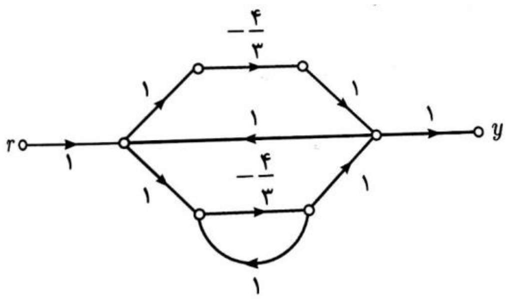


خواهیم داشت:



$$\frac{y_2}{y_1} = -\frac{4}{3}$$

با جاگذاری، معادل گراف به صورت زیر می‌شود:

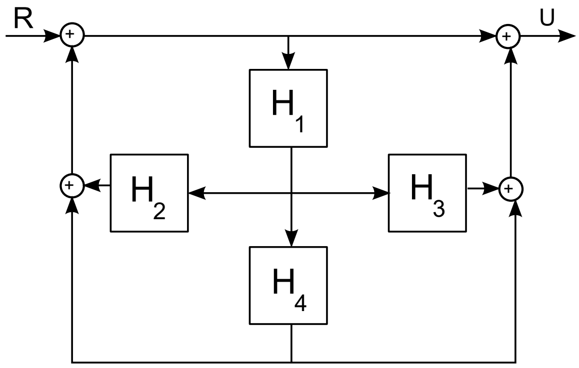


$$P_1 = 1 \times 1 \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times 1 \times 1 = -\frac{4}{3}$$
$$P_2 = 1 \times 1 \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times 1 \times 1 = -\frac{4}{3}$$
$$L_1 = 1 \times \left(-\frac{4}{3}\right), \qquad L_2 = 1 \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times 1 \times 1$$
$$\Delta_1 = 1 + \frac{4}{3}, \qquad \Delta_2 = 1$$

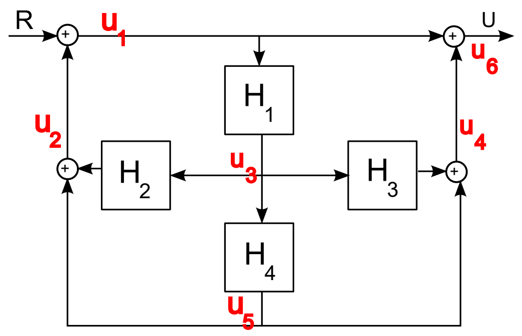
دو حلقه L_1 و L_2 دو به دو نسبت به هم مستقل هستند.

$$\frac{y}{r} = \frac{\left(-\frac{4}{3}\right)\left(1+\frac{4}{3}\right) + \left(-\frac{4}{3}\right)(1)}{1+\frac{4}{3}+\frac{4}{3}+\frac{4}{3}+\left(-\frac{4}{3}\right)\left(-\frac{4}{3}\right)} = -\frac{40}{61}$$

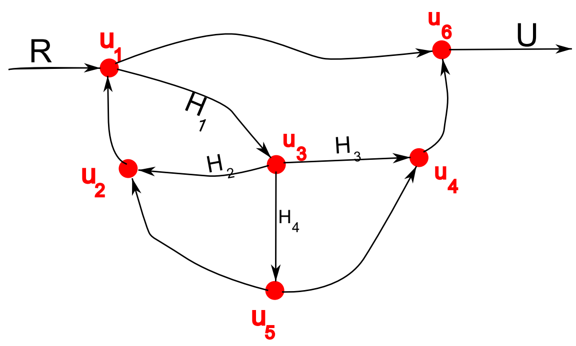
۱۱) برای بلوک دیاگرام زیر، نمودار گذر سیگنال را رسم کنید. سپس با استفاده از قانون بهره میسون تابع تبدیل $G = \frac{U}{R}$ را به دست آورید.



پاسخ) خروجی‌های جمع‌کننده‌ها و محل انشعاب‌ها را نام گذاری می‌کنیم:



سپس نمودار گذر سیگنال را رسم می‌کنیم:



مسیرهای پیش رو را مشخص می‌کنیم:

شماره (k)	مسیر	بهره
۱	Ru_1u_6U	$M_1 = 1$
۲	$Ru_1u_3u_4u_6U$	$M_2 = H_1H_3$
۳	$Ru_1u_3u_5u_4u_6U$	$M_3 = H_1H_4$

حلقه‌ها:

حلقه	بهره
$u_1u_3u_2u_1$	$L_1 = H_1H_2$
$u_1u_3u_5u_2u_1$	$L_1 = H_1H_4$

بهره حلقه‌ها:

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2)$$

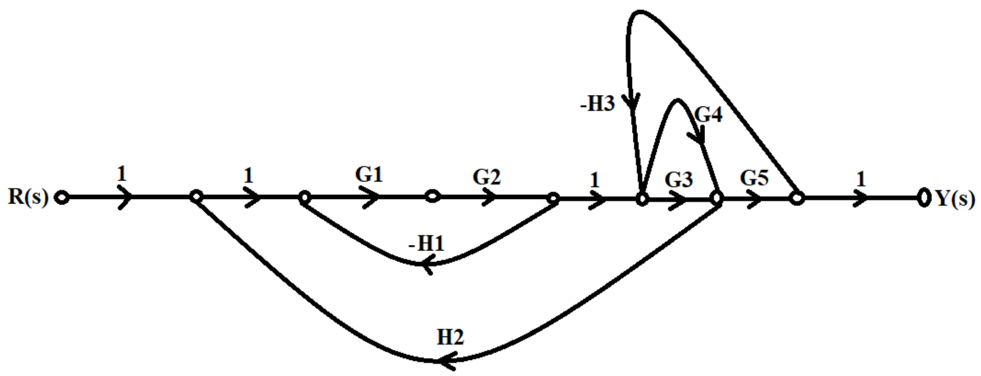
حلقه‌ها با مسیرهای پیش رو در تماس اند. پس:

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 1$$

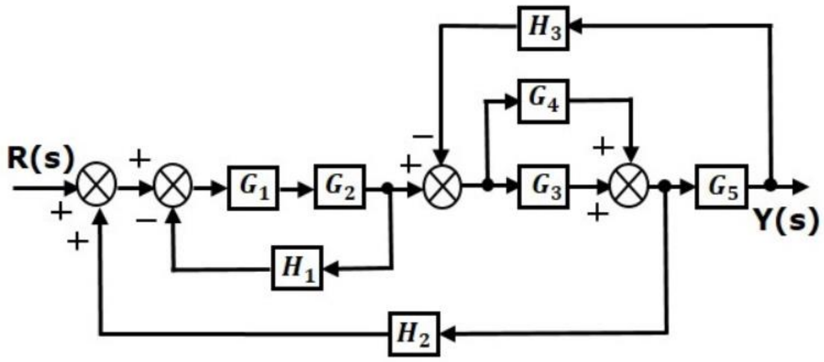
با استفاده از قانون بهره میسون داریم:

$$G = \frac{U}{R} = \sum_{k=1}^{3} \frac{M_k \Delta_1}{\Delta} = \frac{1 + H_1H_3 + H_1H_4}{1 - H_1H_2 - H_1H_4}$$

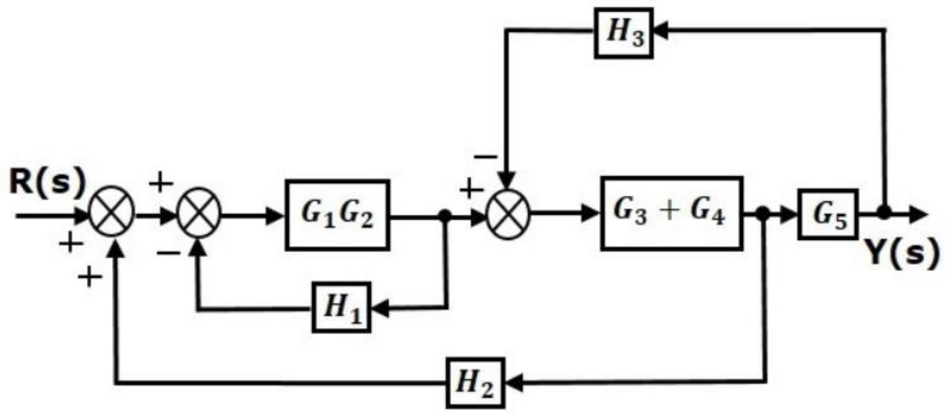
۱۲) در شکل زیر نمودار گذر سیگنال سیستمی ترسیم شده است. بدون ساده سازی بلوک دیاگرام مربوط به آن را رسم نموده و سپس با استفاده از قواعد ساده سازی بلوک دیاگرام، بهره ی کلی سیستم را بیابید.



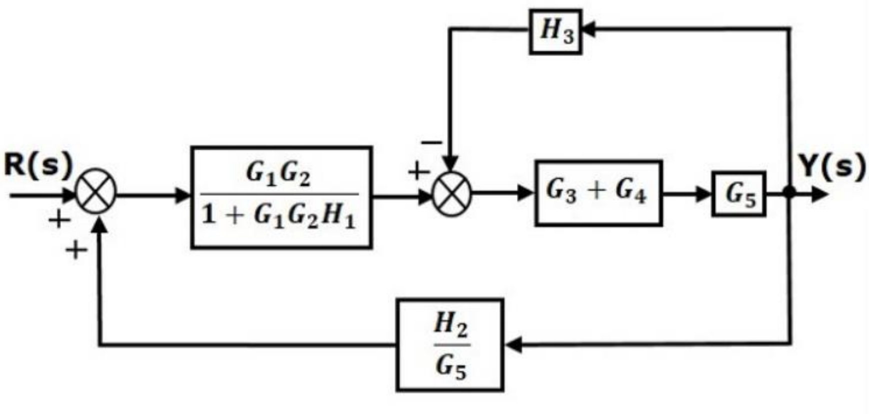
پاسخ) بلوک دیاگرام متناظر با SFG داده شده به صورت زیر می باشد.



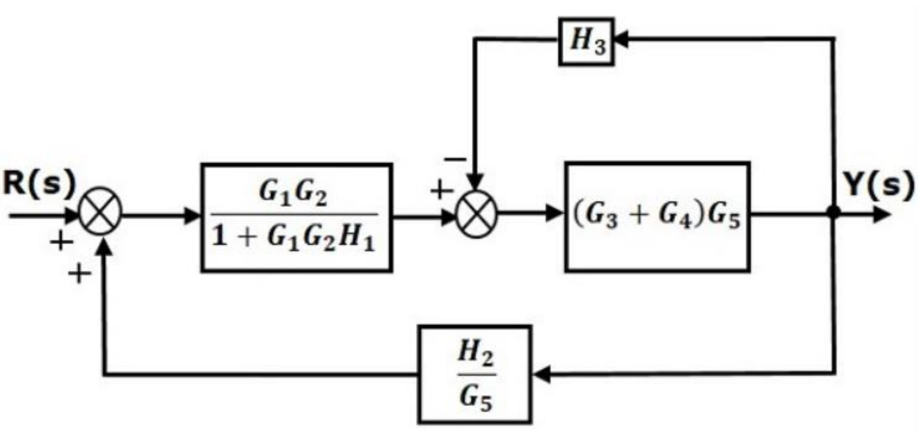
بلوک های G_1 و G_2 با یکدیگر سری هستند. همچنین بلوک های G_3 و G_4 با یکدیگر موازی هستند. بنابراین بلوک دیاگرام به صورت زیر ساده تر می گردد.



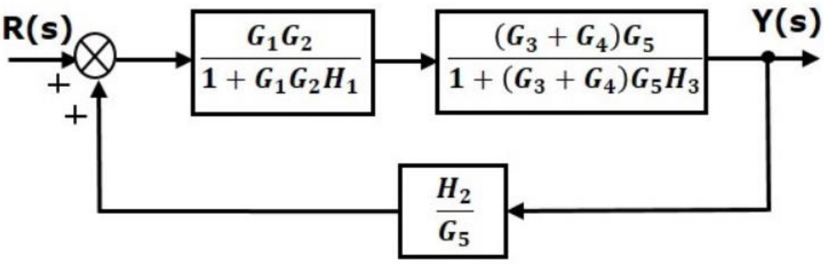
بلوک های G_1G_2 و H_1 را با کمک فرمول فیدبک منفی ساده تر می کنیم.همچنین گره متصل به H_2 را شیفت می دهیم.



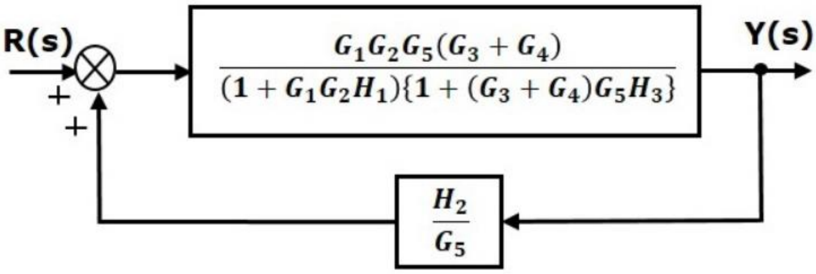
در مرحله بعد با توجه به سری بودن بلوک های G_5 و G_3+G_4 بلوک دیاگرام را به صورت زیر ساده تر می کنیم.



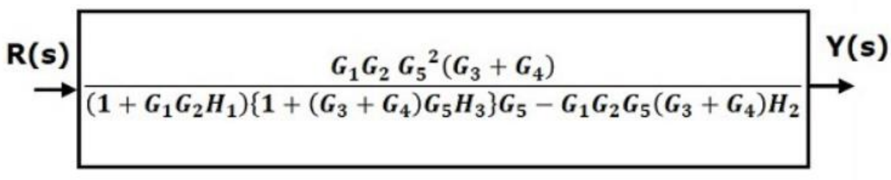
سپس با توجه به حلقه ی فیدبک منفی ایجاد شده بلوک را به صورت زیر ساده‌تر می نماییم:



دو بلوک ایجاد شده در مسیر پیشرو سری هستند که با ادغام کردن خواهیم داشت:



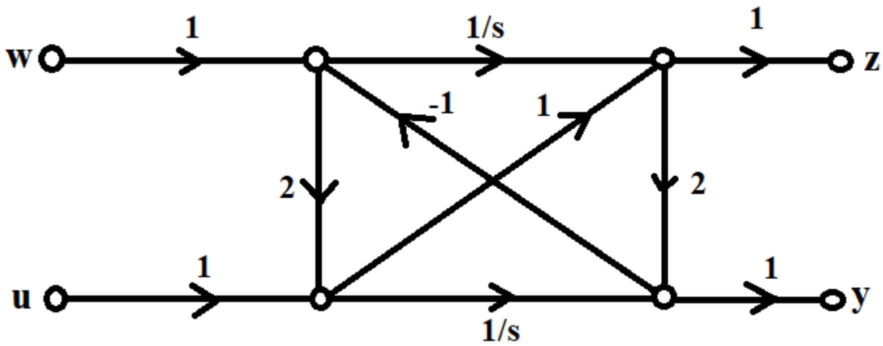
در نهایت با استفاده از قانون فیدبک منفی خواهیم داشت:



بنابراین این بهره ی کلی سیستم به صورت زیر خواهد شد.

$$\frac{\mathrm{Y(s)}}{\mathrm{R(s)}} = \frac{\mathrm{G1G2G5G5(G3 + G4)}}{\mathrm{(1 + G1G2H1)\{1 + (G3 + G4)G5H3\}G5 - G1G2G5(G3 + G4)H2}}$$

۱۳) در شکل زیر نمودار گذر سیگنال یک سیستم MIMO را مشاهده می کنید. اگر قانون کنترلی به شکل $u = -ky$ تعریف گردد، تابع تبدیل $\frac{Z(s)}{W(s)}$ کدام گزینه است؟



الف) $\frac{s+k}{s^2+(k+4)s}$

ب) $\frac{2s^2+s+k}{5s^2+ks}$

ج) $\frac{2s^2+s+k}{5s^2+(k+4)s}$

د) $\frac{2s^2+s+k}{(2k+5)s^2+(k+4)s}$

پاسخ) گزینه ۴ صحیح است. این نمودار دارای پنج حلقه می باشد که هیچ حلقه و دو حلقه مجزایی وجود ندارد.

$$L_1 = (2)(s^{-1})(-1) = -2s^{-1}$$

$$L_2 = (s^{-1})(2)(-1) = -2s^{-1}$$

$$L_3 = (2)(1)(2)(-1) = -4$$

$$L_4 = (2)(1)(-k)(1)(1) = -2k$$

$$L_5 = (1)(s^{-1})(1)(-k) = -ks^{-1}$$

دترمینان کلی گراف به صورت زیر است:

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5) = 5 + 2k + (4 + k)s^{-1}$$

از گره w به گره z دو مسیر پیشرو وجود دارد که بهره این مسیر ها و دترمینان متناظرشان عبارتند از:

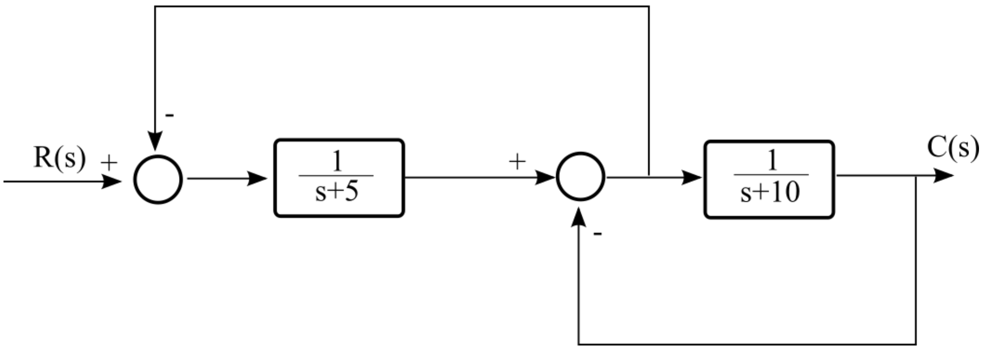
$$P_1 = (1)(s^{-1})(1) = s^{-1} \qquad P_2 = (1)(2)(1)(1) = 2$$

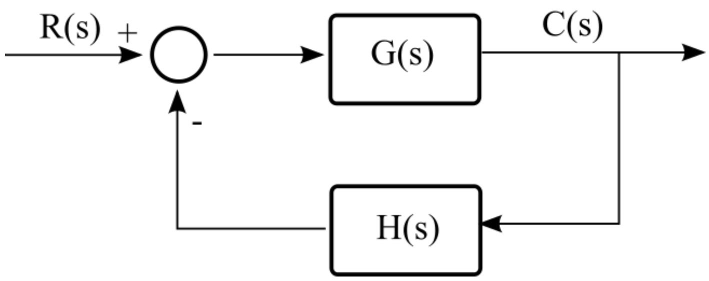
$$\Delta_1 = 1 - L_5 = 1 + ks^{-1} \qquad \Delta_2 = 1$$

در نهایت تابع تبدیل مورد نظر به صورت زیر حاصل می شود:

$$\frac{Z(s)}{W(s)} = \frac{P_1\Delta_1 + P_2\Delta_2}{\Delta} = \frac{2s^2 + s + k}{(5 + 2k)s^2 + (4 + k)s}$$

۱۴) توابع تبدیل $G(s)$ و $H(s)$ را به گونه تعیین کنید که دو بلوک دیاگرام معادل باشند. کدام گزینه صحیح است؟





۱. $H(s) = 1\,, G(s) = \frac{2}{(s+5)(s+10)}$

۲. $H(s) = 2s + 10\,, G(s) = \frac{1}{(s+5)(s+10)}$

۳. $H(s) = s + 10\,, G(s) = \frac{2}{(s+5)(s+10)}$

۴. $H(s) = 2s + 15\,, G(s) = \frac{1}{(s+5)(s+10)}$

پاسخ) گزینه ۴ درست است. تابع تبدیل فوقانی عبارت است از:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{1}{(s+5)(s+10)}}{1+\frac{1}{s+5}+\frac{1}{s+10}} = \frac{1}{s^2+17s+25}$$

اگر $G(s)$ را به صورت $G(s) = \frac{1}{(s+5)(s+10)}$ انتخاب کنیم (تابع تبدیل مسیر پیشرو) انتخاب کنیم، تابع تبدیل بلوک دیاگرام پائینی به صورت

$$\frac{\frac{1}{(s+5)(s+10)}}{1+\frac{1}{(s+5)(s+10)}H(s)} = \frac{1}{(s+5)(s+10)+H(s)}$$

در می آید و لذا $H(s) = 2s + 15$ درست است.

۱۵) اگر تابع تبدیل سیستم به شکل $\frac{y}{u} = \frac{k(s+a)}{s+b}$ مفروض باشد، کدام گزینه نمایش فضای حالت سیستم را به درستی نشان می دهد؟

1) $\begin{cases} \dot{x} = -bx + u \\ y = k(a-b)x + ku \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dot{x} = -bx + (a-b)u \\ y = x + ku \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dot{x} = -bx + k(a-b)u \\ y = x + ku \end{cases}$

4) $\begin{cases} \dot{x} = -bx + u \\ y = (a-b)x + ku \end{cases}$

پاسخ) گزینه ۳ صحیح است. تابع تبدیل سیستم را می توان به شکل زیر نوشت:

$$\frac{y}{u} = k\frac{(s+a)}{s+b} = k\left(1+\frac{a-b}{s+b}\right) \to y = ku + k\frac{a-b}{s+b}u$$

اگر $k\frac{a-b}{s+b}u = x$ ، پس خواهیم داشت:

$$sx + bx = k(a-b)u$$

و لذا:

$$\dot{x} = -bx + k(a-b)u$$

$$y = ku + x$$

موفق باشید.